П. Ф. Дроздов

КОНСТРУИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ НЕСУЩИХ СИСТЕМ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ

П. Ф. Дроздов
Д-р техн. наук, проф.

КОНСТРУИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ НЕСУЩИХ СИСТЕМ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Издание второе, переработанное и дополненное

Допущено
Министерством высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся
по специальности «Промышленное и гражданское строительство»

МОСКВА
СТРОЙИЗДАТ
1977

УДК 624.043.2(075.8):721.011.25

Рецензенты: кафедра строительных конструкций Всесоюзного заочного инженерно-строительного института (зав. кафедрой Ю. В. Зайцев); главный конструктор отделения проектных работ Б. Н. Смирнов (ЦНИИЭП жилища Госгражданстроя СССР)

Дроздов П. Ф. Конструирование и расчет несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. М., Стройиздат, 1977. 223 с.

Изд. 1-е вышло в 1967 г. под названием: Дроздов П. Ф., Себекин И. М. Проектирование крупнопанельных зданий (каркасных и бескаркасных). Учеб. пособие для вузов. М., Стройиздат, 1967.

В пособии рассмотрены приемы проектирования многоэтажных жилых и гражданских зданий, выполняемых в сборном и монолитном железобетоне. Приведены расчетные схемы и конструктивные решения несущих систем таких зданий и их железобетонных элементов; даны методы их расчета. Изложение иллюстрировано большим числом реальных проектных решений и примеров.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности «Промышленно-гражданское строительство». Оно может быть также использовано в практике работы проектных и научно-исследовательских институтов строительного профиля.

Табл. 19, рис. 156, список лит: 83 назв.

Д $\frac{30205-392}{047(01)-77}$ 43-77

ПРЕДИСЛОВИЕ

Демографические прогнозы говорят о том, что при современных темпах роста население земли удвоится через 35 лет. Это означает, что за этот срок должно быть построено больше жилья, чем к сегодняшнему дню за всю историю человечества. Больше потому, что требования к комфорту и удобствам жилых помещений также непрерывно возрастают.

Основной прирост населения во всех технически развитых странах происходит за счет жителей городов. В СССР за 50 лет городское население увеличилось примерно в 5 раз и по переписи 1970 г. составило 56% общего числа жителей страны. Индустриализация и механизация сельского хозяйства приводят к укрупнению сельских поселений и создают тенденцию к превращению их также в поселки городского типа. Ожидается, что к концу нашего столетия около 80% населения СССР будет жить в городах. Для удовлетворения возрастающей потребности в жилье решениями XXV съезда партии предусмотрен дальнейший рост объемов жилищного строительства. В десятой пятилетке будет построено около 550 млн. м^2 общей площади жилых домов.

Для условий городского строительства характерны ограниченность и стесненность территории, вызванные стремлением сократить протяженность городских коммуникаций и сохранить сельскохозяйственные угодья и лесопарки пригородной зоны. Это затрудняет развитие городов за счет расширения их территории и вынуждает увеличивать этажность городской застройки.

Таким образом, тенденцию роста этажности жилых и гражданских зданий следует признать закономерной, что подтверждается мировой практикой градостроительства. Здания в 30—50 этажей построены или строятся во всех больших городах Европы, Америки и других континентов. С ростом этажности гражданское строительство переходит в новое качество: здания становятся сложными и ответственными инженерными сооружениями. Об их ответственности говорит тот факт, что в жилом или административном высотном здании одновременно пребывают тысячи людей, жизнь и благополучие которых непосредственно зависят от знания и умения проектировщиков и строителей, осуществляющих эти сооружения.

В настоящей книге развивается ранее предложенный автором метод расчета зданий как единых пространственных систем с учетом специфики железобетонных конструкций, требований, вытекающих из индустриальных методов их возведения, и особенностей работы железобетона в эксплуатационных условиях (трещины, нарастание деформаций во времени и т. п.).

Книга является вторым изданием второй части учебного пособия «Проектирование крупнопанельных зданий» (М., Стройиздат, 1967). Настоящее издание существенно дополнено за счет исследований, выполненных автором и его учениками за время, прошедшее после выхода первого издания. Важнейшие дополнения относятся к совместной работе разнотипных вертикальных несущих конструкций в пространственных несущих системах (гл. III и IV), к податливости перекрытий в плоскости и сопротивлению их кручению из плоскости (гл. VII), оценивается влияние этих факторов на усилия и перемещения несущей системы и на ее устойчивость (гл. VIII). Соответствующие расчеты основываются на результатах экспериментальных исследований жесткости перекрытий на изгиб, сдвиг и кручение. Впервые рассмотрены расчеты ядродиафрагмовых систем, зданий из объемных блоков, зданий типа труба с ростверками, комбинированных несущих систем (на «столах», «ножках» и т. п.), конструкций со скрытым каркасом, монолитных ядер жесткости и др.

Такое обилие нового материала при небольшом объеме книги потребовало редакционной переработки тех разделов, которые сохранились из первого издания. Они изложены более компактно, подробные пояснения, которые были необходимы в первом издании ввиду новизны рассматриваемой проблемы здесь по возможности сокращены.

Все примеры, вошедшие в первое издание, пересмотрены в связи с переходом на систему единиц СИ, многие примеры выполнены заново; учтены требования новых глав СНиП II-21-75, II-6-74, II-15-74 и др.

Книга предназначена служить учебным пособием при курсовом и дипломном проектировании на старших курсах строительных вузов и факультетов, а также при подготовке аспирантов. Она соответствует программам основного и специального курса железобетонных конструкций для специализации: промышленное и гражданское строительство и конструкции промышленных и гражданских сооружений. Книга написана по материалам лекций, которые автор читает более десяти лет на факультетах ПГС и повышения квалификации преподавателей вузов в Московском инженерно-строительном институте им. В. В. Куйбышева, с учетом опыта его работы в качестве консультанта в проектных и научно-исследовательских организациях (ЦНИИЭП торговых зданий и туристских комплексов, Управление проектирования экспериментального жилого района Сев. Чертаново, Моспроект, МНИИТЭП и др.).

Автор благодарит всех приславших свои замечания и пожелания по первому изданию книги, а также инженеров Н. И. Сенина, А. В. Степанова, Н. И. Пресиякова и Т. С. Фомичеву, оказавших помощь в подготовке некоторых примеров расчета.

ГЛАВА I. КОНСТРУКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ И РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ

§ 1. НЕСУЩАЯ СИСТЕМА ЗДАНИЯ. КЛАССИФИКАЦИЯ ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

Конструктивной основой современного многоэтажного здания служит пространственная система, состоящая из стержневых и панельных железобетонных элементов (рис. I.1). Эта система, называемая *несущей системой*, обладает, как правило, монотонной структурой по высоте. Монотонностью будем называть геометрическую тождественность одноименных элементов во всех этажах здания или в его рассматриваемой части.

Несущая система многоэтажного здания при любой конструктивной схеме образуется вертикальными несущими конструкциями, объединенными в единую пространственную систему с помощью горизонтальных несущих конструкций — перекрытий здания. На рис. I.1 показана несущая система многоэтажного здания, образованная разнотипными вертикальными конструкциями, а на рис. I.2 — основные типы наиболее часто встречающихся плоских вертикальных несущих конструкций.

Вертикальные несущие конструкции состоят из *вертикальных элементов* (панельных столбов, колонн каркаса) и *связей*, соединяющих эти элементы по вертикальным швам. Такими связями в вертикальных несущих конструкциях служат сварные соединения закладных деталей или выпусков арматуры, бетонные шпонки и выступы перекрытий, ригели рам с жесткими узлами, перемычки или участки перекрытий над проемами между столбами бескаркасного здания и т. п. Эти связи являются связями сдвига, так как они препятствуют свободному взаимному сдвигу смежных элементов по вертикальным швам, при изгибе вертикальной несущей конструкции в своей плоскости.

В зависимости от жесткости связи сдвига можно условно разделить на жесткие, гибкие (шарнирные) и податливые. При жестких связях соединенные ими вертикальные элементы деформируются как единый сплошной консольный брус, а связи остаются прямыми и направлены по радиусу кривизны этого бруса (рис. I.3,*а*). Если связи шарнирные, то каждый столб деформируется самостоятельно (рис. I.3,*б*), а связи поворачиваются, оставаясь горизонтальными. Эти два крайних

случая в действительности не встречаются, так как реальные связи всегда обладают некоторой конечной податливостью и тогда столбы деформируются, как показано на рис. I.3,*в*, причем связи изгибаются и испытывают деформации сдвига. В местах их жесткого соединения со столбами возникают местные моменты и перерезывающие силы. Перерезывающие силы от

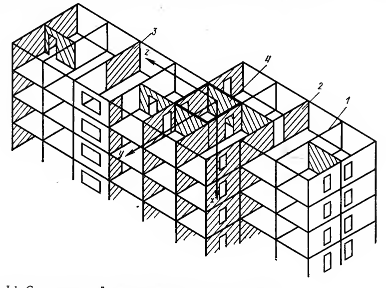


Рис. I.1. Схема несущей системы многоэтажного здания
1 — рама; *2* — диафрагма; *3* — рамодиафрагма; *4* — ядро (ствол)

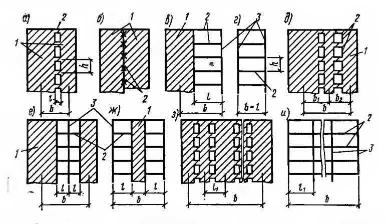


Рис. I.2. Основные типы плоских вертикальных несущих конструкций многоэтажного здания
а—г — односвязные конструкции; *д—ж* — двухсвязные конструкции; *з*, *и* — многосвязные конструкции (*а*, *б*, *д*, *з* — диафрагмы, *г*, *и* — рамы; *в*, *е*, *ж* — рамодиафрагмы); *1* — столбы; *2* — связи; *3* — колонны

связей накапливаются по высоте столба и создают в нем нормальную силу N. Местные моменты имеют знак, обратный знаку внешнего момента, и поэтому уменьшают его (по сравнению со схемой на рис. I.3,*б*) так же, как прогиб и угол наклона верхней части столба.

Несущие конструкции, имеющие один вертикальный шов и, следовательно, один ряд связей сдвига, назовем односвязными, иные — двух-, трех- и многосвязными (см. рис. I.2). Вертикальные несущие конструкции в виде столбов стеновых панелей (одного или нескольких, объединенных связями сдвига) называются диафрагмами; несущие конструкции, состоящие из колонн и ригелей, — рамами, а сочетающие колонны, ригели и панельные стенки — рамодиафрагмами, или каркасными диафрагмами.

Вертикальные несущие конструкции могут быть и не плоскими; такова, например, пространственная вертикальная конструкция в центре здания, показанная на рис. I.1, состоящая из поперечных плоских конструкций, соединенных связями сдвига с продольными диафрагмами. Объединенные таким образом конструкции образовали ядро (ствол). В последние годы часто применяются монолитные ядра, возводимые в скользящей или переставной инвентарной опалубке.

Термин *столб* применяется к сплошным вертикальным элементам, обладающим существенной изгибной (сдвиговой) жесткостью при работе в качестве консоли, защемленной в основании. Этот термин соответствует сложившейся терминологии, принятой в строительстве каменных зданий, где подобные вертикальные элементы издавна называются кирпичными столбами. Представляется логичным подобный же элемент, но сложенный не из кирпича, а из поставленных друг на друга панелей или выполненный в монолите, именовать панельным столбом или

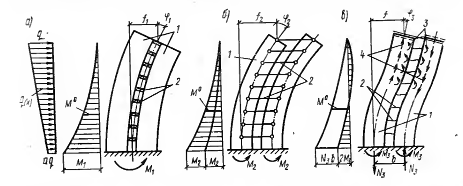


Рис. I.3. Схема работы жестких (*а*), шарнирных (*б*) и упруго-податливых (*в*) связей сдвига

1 — столбы; *2* — связи; *3* — моменты; *4* — поперечные силы, передаваемые от связей на столбы

просто столбом. Такое название полнее отвечает свойствам и признакам обозначаемого им конструктивного элемента, чем встречающиеся иногда в литературе названия: «полоса», «столбец», «ветвь», «пилон» и др.

В отличие от столбов *колоннами* называются вертикальные элементы, изгибная жесткость которых недостаточна для того, чтобы рассматривать их как самостоятельные консоли, защемленные в основании. Ввиду этого колонны считаются воспринимающими только нормальные силы и местные моменты, передаваемые связями.

Перекрытия выполняют в несущей системе здания разнообразные задачи. Помимо очевидной функции восприятия полезной нагрузки и передачи ее вертикальным несущим конструкциям перекрытия служат горизонтальными диафрагмами, объединяющими вертикальные конструкции в единую пространственную систему, при этом перекрытия в своей плоскости работают на изгиб, сдвиг и на мембранные усилия, а из плоскости — на изгиб и кручение. Кроме того, как уже было сказано, перекрытия или их отдельные участки могут служить связями сдвига между вертикальными элементами несущей системы здания.

§ 2. КОНСТРУКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ ВЫСОКИХ ЗДАНИЙ

В современной практике массового городского многоэтажного строительства преобладают две конструктивные системы — каркасная и панельная (бескаркасная). В каркасном здании (рис. I.4) вертикальными элементами несущей системы являются железобетонные колонны, в бескаркасном (рис. I.5) — столбы поставленных друг на друга стеновых панелей (блоков) или монолитные стены. Каркасная система предназначается главным образом для зданий административного и общественного назначения, так как в этих зданиях нужны большие неперегороженные помещения. Бескаркасная система применяется для жилых домов, в которых несущие внутренние стены естественно служат межквартирными и межкомнатными перегородками.

Здания, в которых нижние 1—3 этажа каркасные, а остальные — панельные, называются зданиями комбинированной системы (рис. I.6). Такая система находит все большее применение в застройке городских площадей и магистралей с интенсивным движением транспорта. Нижние этажи используются для размещения предприятия торговли и обслуживания либо для стоянок и проездов автомашин.

Объемно-блочные здания, которые собирают из готовых пространственных элементов — объемных блоков (рис. I.7), обычно выполняют без каркаса, устанавливая блоки один на другой. В некоторых случаях эти здания строят с каркасом,

тогда объемные блоки служат заполнением и каждый блок несет только собственную массу и полезную нагрузку.

Здания из объемных блоков представляют собой наиболее индустриальную форму строительства, в которой максимум производственных процессов переносится в заводские условия.

Исходя из условий транспортно-монтажной массы объемные блоки имеют размеры комнаты и потому эта система предназначается в основном для жилых домов.

Рис. I.4. Фрагмент многоэтажного здания каркасной системы

1 — колонна; *2* — консоль колонны для опирания ригеля; *3* — распорка; *4* — ригель; *5* — настил перекрытия

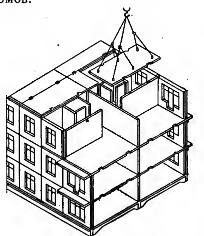


Рис. I.5. Конструктивная система бескаркасного здания. Панельные столбы вертикальных диафрагм связаны непосредственно плитами перекрытий

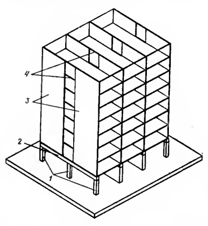


Рис. I.6. Схема здания комбинированной системы

1 — колонны; *2* — ригели; *3* — панельные столбы; *4* — связи между столбами

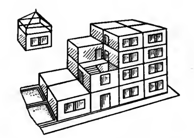


Рис. I.7. Схема монтажа здания из объемных блоков-комнат

В многоэтажных зданиях каркасной системы горизонтальные нагрузки воспринимаются обычно вертикальными диафрагмами — стенками жесткости (рис. I.8) или ядрами жесткости (стволами), консольно защемленными в фундамент. Каркас здания рассчитывают в этом случае только на вертикальные нагрузки, что позволяет унифицировать его элементы и обеспечить монотонность конструкции по высоте здания. Такого типа каркасы называются связевыми, потому что диафрагмы или ядра жесткости работают аналогично металлическим вертикальным связям.

В тех случаях когда все горизонтальные и вертикальные нагрузки воспринимаются только каркасом, узлы которого выполняют для этой цели как узлы жестких рам, каркас называется рамным. В таких каркасах узловые моменты от горизонтальной нагрузки возрастают к низу здания, вследствие чего при большой этажности не удается сохранить постоянство сечений одноименных элементов в верхних и нижних этажах здания, а на конструкцию рамных узлов в нижних этажах расходуется много металла. По этим причинам рамные каркасы в многоэтажных зданиях в обычных условиях применяются редко.

Синтезом связевого и рамного каркасов является рамносвязевый каркас, в котором горизонтальные и вертикальные нагрузки воспринимаются совместно рамами каркаса и стенками или ядрами жесткости (стволами). При этом усилия в элементах каркаса распределяются по высоте здания равномернее, чем в рамном каркасе, и потому эти элементы легче унифицировать.

Наружные стены в высоких зданиях выполняют из легких навесных панелей, не участвующих в работе несущих конструкций и служащих лишь ограждением, передающим на эти конструкции горизонтальные ветровые нагрузки.

Зарубежный опыт проектирования и строительства [60, 79]* показал, что рассмотренные конструктивные системы при высоте зданий в 50 и более этажей уступают другим, более эффективным системам. Последние основываются на принципе переноса основных вертикальных несущих конструкций на периферию плана здания. Таким приемом достигается максимальное увеличение момента инерции поперечного сечения несущей системы здания в целом и, следовательно, предельное увеличение ее общей жесткости. Этот принцип воплощен в Советском Союзе еще при проектировании первых высотных зданий в начале 50-х годов. Так были запроектированы советскими специалистами «ветровые коробки»: Дворца культуры и науки в Варшаве [63], высотных зданий в Москве и др. Периферийная несущая система образуется жесткими рамами или

* В квадратных скобках указываются ссылки на литературу по перечню, помещенному в конце книги.

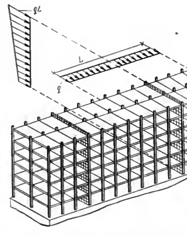


Рис. I.8. Передача ветровой нагрузки на вертикальные диафрагмы в здании со связевым каркасом

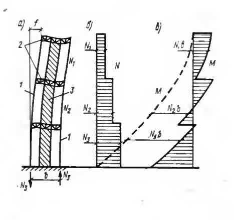


Рис. I.10. Совместная работа ядра с периферийным каркасом (трубой) в системе с ростверками

а — деформированная схема; *б* — эпюра нормальных сил в колоннах; *в* — эпюра моментов в ядре; *1* — колонны; *2* — ростверк; *3* — ядро-ствол

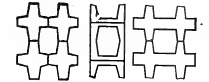


Рис. I.11. Варианты конструкции элементов, образующих периферийную несущую систему типа безраскосной трубы

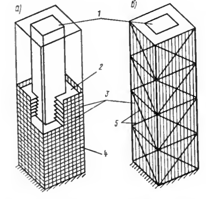


Рис. I.9. Периферийные конструктивные системы высотных зданий

а — безраскосная труба; *б* — раскосная труба; *1* — ядро; *2* — перекрытие; *3* — колонны; *4* — ригели; *5* — раскосы

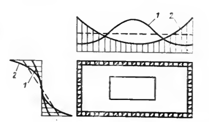


Рис. I.12. Распределение нормальных сил в колоннах периферийной несущей системы типа безраскосной трубы от действия горизонтальной нагрузки

1 — для системы типа труба с ядром; *2* — то же, для трубы без ядра (пунктиром — то же, для сплошной консоли)

фермами, расположенными в плоскости наружных стен здания. Соединенные в углах эти плоские вертикальные несущие конструкции превращаются в пространственную систему типа призматической (в некоторых случаях пирамидальной) сетчатой оболочки или трубы прямоугольного сечения со сторонами, равными сторонам плана здания (рис. I.9).

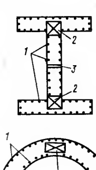
Так как в высотном здании обычно имеется ядро (ствол) для лифтов, лестниц и коммуникаций, то его нередко используют в качестве элемента несущей системы. Совместность работы ядра-ствола и периферийной системы обеспечивается перекрытиями (рис. I.9,*а*) или специальными жесткими горизонтальными ростверками, располагаемыми в двух-трех уровнях по высоте здания (рис. I.10). Ростверки играют принципиально ту же роль, что и связи сдвига (сравните рис. I.10,*а* и рис. I.3,*в*). Они уменьшают прогибы и изгибающие моменты в ядре и вовлекают в работу на горизонтальную нагрузку вертикальные элементы (колонны) периферийной системы. Под влиянием сопротивления ростверков изгибу и сдвигу в периферийных колоннах возникают нормальные силы N (рис. I.10,*б*), за счет которых с ядра снимается часть внешнего момента, равная Nb (рис. I.10,*в*).

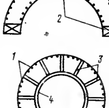
Периферийная несущая система, как видно из рис. I.9, может быть безраскосной и раскосной [77]. В первом случае система (труба) образуется из жестких крестообразных элементов (рис. I.11). Безраскосная рамная система, несмотря на стремление придать ее узлам большую жесткость, оказывается все же достаточно податливой в своей плоскости, вследствие чего нормальные силы от горизонтальной нагрузки распределяются в колоннах этой системы неравномерно (рис. I.12). В раскосной трубе (см. рис. I.9,*б*) каждая плоскость представляет собой ферму, элементы которой работают на осевые усилия и потому требуют меньше материала, чем элементы безраскосной трубы, особенно при использовании предварительного напряжения раскосной решетки.

Периферийная несущая система может располагаться как снаружи ограждающей поверхности стены, так и с внутренней ее стороны. В первом случае она подвергается влиянию колебаний наружной температуры, тогда как температура внутренних конструкций постоянна. Это вынуждает разделять последние температурными швами по высоте здания (рис. I.13) [60].

Промежуточные этажи свободны от опор и могут использоваться для общественных нужд. В то же время они служат температурными компенсаторами. Не исключена возможность выполнения аналогичной несущей системы в предварительно-напряженных железобетонных конструкциях.

Так как ширина жилых зданий по требованиям естественного освещения обычно не превышает 15—18 м, то при высоте в 40 и более этажей и прямоугольном плане они становятся слишком узкими и гибкими в поперечном направлении. Увеличение





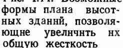


Рис. I.14. Возможные формы плана высотных зданий, позволяющие увеличить их общую жесткость

1 — колонны периферийной несущей системы; *2* — ядра-стволы; *3* — вертикальные диафрагмы; *4* — внутренняя цилиндрическая железобетонная оболочка

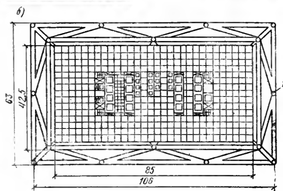


Рис. I.13. Несущая система 150-этажного здания с встроенными и подвешенными внутренними конструкциями

а — общий вид; *б* — план; *в* — разрез; *1* — наружная двухпоясная раскосная труба; *2* — решетчатая балка; *3* — стойка внутреннего каркаса; *4* — подвеска; *5* — промежуточный этаж — температурный шов

их этажности возможно за счет придания им в плане очертаний толстостенного стержня открытого или замкнутого профиля (рис. I.14). Здания в виде толстостенного цилиндра [76] могут иметь 80—120 этажей при наружном диаметре 91 и внутреннем диаметре 60 м. Для обеспечения температурных деформаций оболочки диафрагмы разрезают горизонтальными швами через каждые 20 этажей.

§ 3. РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ И ПРИНЦИПЫ ИХ РАСЧЕТА

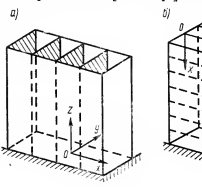
Несущая система многоэтажного здания может быть схематизирована различными расчетными моделями [32]: дискретными, континуальными и дискретно-континуальными.

Дискретные модели сохраняют дискретное расположение связей и вертикальных элементов, заданное в действительной несущей системе, а в некоторых вариантах углубляют дискретизацию сплошных элементов путем их членения на более мелкие участки (метод конечных элементов [4, 9, 12 и др.]) или путем замены континуума стержневой решеткой [64 и др.]. Дискретные модели нашли применение благодаря развитию электронно-вычислительной техники. Расчет на основе этих моделей сопряжен с решением систем алгебраических уравнений весьма высоких порядков, что затрудняет пока их применение для расчета несущих систем в целом.

Континуальные модели рассматривают здание как сплошную многостенчатую призматическую оболочку с вертикальной осью (рис. I.15,*а*) или как горизонтальную призматическую оболочку, опирающуюся на жесткие торцовые диафрагмы (рис. I.15,*б*).

В первом случае при обеспечении жесткой монолитной связи продольных и поперечных стен здание может быть рассчитано по методу [13]. Наличие жестких поперечных диафрагм-перекрытий позволяет считать многосвязный контур оболочки недеформируемым.

Вторая схема [10 и др.] в отличие от первой предполагает



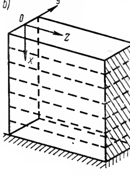


Рис. I.15. Континуальные модели несущей системы здания

а — консольная призматическая оболочка с вертикальной осью; *б* — призматическая оболочка с горизонтальной осью

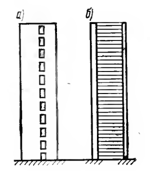


Рис. I.16. Дискретно-континуальная модель односвязной вертикальной несущей конструкции

а — действительная конструкция; *б* — расчетная модель

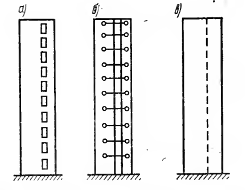


Рис. I.17. Консольная модель односвязной вертикальной несущей конструкции

а — действительная конструкция; *б* — консольная модель с шарнирными связями; *в* — то же, с жесткими связями

перекрытия податливыми в их плоскости, а торцовые диафрагмы жесткими. В каркасном здании ригели рассматриваются как стрингеры, воспринимающие только осевые усилия, а колонны «размазываются» по стенам, увеличивая их жесткость изгибу в плоскости поперечного сечения оболочки.

Как уже указывалось, в высоких зданиях наружные стены выполняют, как правило, навесными, они не участвуют в работе несущей системы, поэтому континуальные расчетные модели находят ограниченное применение в расчетах таких зданий. Первый вариант континуальной модели (рис. I.15,*а*) уместен при расчете несущих систем типа «труба» (см. § 2 гл. I), а также при расчете ядер-стволов [27, 78] и объемно-блочных зданий [28], однако наличие проемов вынуждает прибегать к специальным мерам приведения модели к заданной системе (см. § 2 гл. IV).

Дискретно-континуальные модели [22, 50, 58, 63, 66, 81, 82 и др.] сохраняют заданное дискретное расположение вертикальных элементов несущей системы, но заменяют сосредоточенные связи континуальными, т. е. непрерывно распределенными по высоте здания.

Такая модель позволяет заменить, например, в односвязной конструкции (рис. I.16) большое число неизвестных сил или перемещений одной функцией распределения искомого неизвестного по высоте здания. Математически это выражается заменой системы алгебраических уравнений высокого порядка одним дифференциальным уравнением.

В сложных несущих системах вместо одного уравнения получается система дифференциальных уравнений, число которых

(как и число функциональных неизвестных) равно числу вертикальных швов между элементами.

Переход к непрерывному распределению связей предполагает, что число этажей достаточно велико для того, чтобы сосредоточенные воздействия от перекрытий, перемычек или других связей сдвига можно было бы считать непрерывно распределенными по высоте несущих конструкций. Опыты [3] показали, что уже для десятиэтажного здания такое предположение оправдывается.

Разновидностями дискретно-континуальной модели являются: *консольная* и так называемая *консольно-заменяющая.* В первой из них [72] все связи сдвига в заданной несущей системе (рис. I.17,*а*) приближенно считаются либо шарнирными, либо совершенно жесткими. Эта модель используется, например, для расчета каркасных зданий, узлы которых специально конструируются на восприятие момента, не превышающего 55 кН·м, и, следовательно, приближенно считаются шарнирными. В панельных зданиях она находит применение при такой раскладке плит перекрытий, которая создает почти шарнирную связь между панельными столбами несущей системы (рис. I.17,б). Если связи, наоборот, весьма жестки, то объединенные ими вертикальные элементы рассматриваются как единый сплошной консольный стержень (рис. I.17,*в*). Таким образом, консольная модель — это предельный случай дискретно-континуальной модели при жесткости связей сдвига, стремящейся к нулю или к бесконечности. Очевидно, реальные связи обладают конечной жесткостью, далекой от этих пределов, поэтому расчет на основе консольной модели, не подкрепленный серьезным анализом действительной жесткости связей сдвига, может привести к существенно неточным результатам.

В *консольно-заменяющей* расчетной модели [49] заданная несущая конструкция (см. рис. I.17,*а*) моделируется сплошным консольным стержнем со сдвиговой и изгибной жесткостями, эквивалентными действительным жесткостям этой проемной несущей конструкции. Эта модель применима только для простых, симметричных в плане рамно-связевых систем с глухими диафрагмами (см. приложение 4).

Приведенный краткий анализ расчетных моделей несущей системы многоэтажного здания позволяет сделать вывод, что дискретно-континуальная модель более универсальна и удобна для расчета сложных несущих систем, чем другие модели. Поэтому в дальнейшем речь пойдет главным образом об этой расчетной модели. Для сложной пространственной несущей системы многоэтажного здания она представляет собой (рис. I.18) пучок консольных тонкостенных стержней *1* прямоугольного профиля, соединенных в горизонтальных плоскостях перекрытиями *2*, а по вертикальным швам — связями сдвига *3*. Заделка стержней (вертикальных элементов несущей системы) в

основании может быть жесткой или упруго-податливой. На рис. I.18 для удобства изображения перекрытия показаны как отдельные диски, расположенные поэтажно, однако в расчете по этой модели они так же, как и связи сдвига, предполагаются непрерывно распределенными по высоте здания.

Поскольку расчет такой модели [26, 34] оказывается в некоторых случаях сложным, в практике проектирования иногда используются упрощения. Так, в симметричных зданиях с жесткими в своей плоскости перекрытиями единую пространственную несущую систему заменяют для расчета двумя независимыми: поперечной и продольной плоско-параллельными системами (см. § 2 гл. III). На рис. I.19,*а* для примера показана аксонометрическая схема рамно-связевой несущей системы здания, в которой сохранены диафрагмы и рамы, только параллельные плоскости XY; диафрагмы перпендикулярного направления выделены в самостоятельную систему, рассчитываемую отдельно и независимо (она на этом рисунке не показана). Для расчета оставшейся системы, параллельной плоскости XY, может быть принята условная плоская схема, состоящая из вертикальной диафрагмы и рамы, соединенных между собой нерастяжимыми шарнирными связями в уровне каждого этажа (рис. I.19,б). Эти связи заменяют действие междуэтажных перекрытий, которые в действительной системе связывают стоящие параллельно рамы и диафрагмы и обеспечивают равенство их прогибов от горизонтальной нагрузки, действующей на всю систему параллельно оси Y (см. рис.I.19,*а*).

Жесткость расчетной диафрагмы равна сумме жесткостей вертикальных диафрагм, а жесткость рамы — суммарной жесткости всех рам каркаса, входящих в рассматриваемую упрощенную систему, т. е. параллельных плоскости XY.

Оси координат, за исключением особо оговоренных случаев, располагаются, как показано на рис. I.18, причем начало координат совпадает с центром жесткостей и перемещается вместе с вершиной здания (рис. I.20). Расположение начала координат на свободном конце консоли удобно тем, что, во-первых, упрощаются записи выражений для нагрузки, поперечной силы и момента, поскольку в эти выражения входит x, а не $(H-x)$, и, во-вторых, сохраняется для консоли то же правило знаков, которое обычно принимается для свободно лежащей балки на двух опорах, с той лишь разницей, что нагрузка при этом должна приниматься со знаком минус.

Остановимся на этом вопросе подробнее. Консоль на рис. I.20,*а* можно рассматривать как половину балки с пролетом $2H$, опирающейся в точке O и симметричной ей точке O' на другом конце воображаемой балки. Изгиб, показанный на рисунке, будет вызываться в такой балке положительной нагрузкой $+q(x)$, направление которой (рис. I.20,*а* справа) совпадает с положительным направлением оси $У$. В этом случае,

очевидно, остаются в силе известные дифференциальные зависимости между нагрузками, усилиями и перемещениями в свободно лежащей балке с пролетом $O - O'$:

$$q(x) = -Q'^{*} = -M'' = EJ\,\alpha''' = EJ\,y^{IV}. \quad (I.1)$$

В действительности, в консоли неподвижна точка заделки, а перемещается свободная точка O, и изгиб консоли, показанный на рис. I.20,*а*, будет вызываться нагрузкой, действующей против положительного направления оси $У$, т. е. отрицательной нагрузкой — $q(x)$ (на рис. I.20,*а* слева).

В балке вторая производная от момента (т. е. нагрузка) отрицательна при положительной нагрузке, и, так как отрицательная величина не может быть равна положительной, принимается $M''=-q$. В консоли в нашей системе координат (см. рис. I.20,*а*) y положителен и возрастает по x, следовательно, его производная положительна и, так как угол наклона α тоже положителен, то $y'=\alpha$. Угол α положителен (см. рис. I.20,*б*) и убывает по x, значит, α' отрицательна, и так как момент (см. рис. I.20,*в*), отложенный, как обычно, со стороны растянутого волокна, положителен, то

$$y'' = \alpha' = -M/EJ. \quad (I.2)$$

Положительный момент возрастает по x, поэтому M' положительна, но и поперечная сила (см. рис. I.20,*г*) положительна, следовательно, $M'=Q$ и, согласно (I.2),

$$y''' = \alpha'' = -M'/EJ = -Q/EJ. \quad (I.3)$$

Поперечная сила положительна и возрастает по x, значит, Q' положительна, но нагрузка отрицательна, поэтому следует принять $Q'=-q$. Таким образом,

$$y^{IV} = \alpha''' = -M''/EJ = -Q'\,EJ = q/EJ, \quad (I.4)$$

т. е. балочные зависимости (I.1) сохраняют свое значение и для консоли, если координаты выбраны так, как показано на рис. I.20,*а*.

Вместе с тем, поскольку отрицательная нагрузка создает положительный момент и поперечную силу, следует считать, что

$$M = f(-q,\ x), \quad Q = \varphi(-q,\ x)$$

и, в частности, например, для равномерно распределенной горизонтальной нагрузки

$$M = -q\,x^2/2; \quad Q = -q\,x. \quad (I.5)$$

Подставляя в (I.5) величину нагрузки со знаком минус, получим положительные значения усилий, что и будет отвечать выбранной системе координат и правилу знаков. Легко видеть, что (I.5) соответствует также зависимости (I.1).

---

* Штрихами здесь и далее обозначаются производные рассматриваемой функции по аргументу x: $f'(x) = df(x)/dx$; $f''(x) = d^2f(x)/dx^2$ и т. д.

Рис. I.18. Дискретно-континуальная модель сложной пространственной несущей системы многоэтажного здания

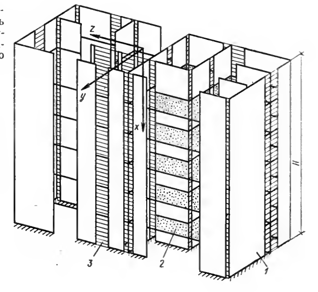
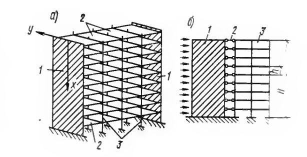


Рис. I.19. Расчетная схема рамно-связевой пространственной системы

а — плоскопараллельная упрощенная расчетная схема; *б* — условно-плоская схема; *1* — диафрагма; *2* — перекрытия-связи; *3* — рамы



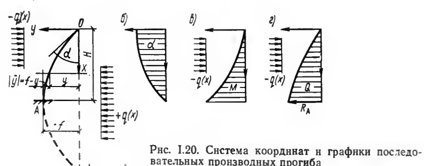


Рис. I.20. Система координат и графики последовательных производных прогиба

а — прогиб и нагрузка; *б* — угол наклона; *в* — изгибающий момент; *г* — поперечная сила

Так как все формулы, кроме особо оговоренных, в последующих главах выведены исходя из этих предпосылок, следует подставлять в них для получения положительных значений усилий и прогибов величину нагрузки $q(x)$ со знаком минус.

Прогиб в этой системе координат, согласно (I.1) и (I.4),

$$EJy(x)=\int_0^x\int_x^H\int_0^x\int_x^0 q(x)\,dx^4=\int_0^x\int_x^H M\,dx^2=EJ\int_0^x \alpha\,dx, \quad (I.6)$$

но это прогиб «балочный», т. е. расстояние по нормали от оси X до рассматриваемой точки на оси консоли (см. рис. I.20,*а*). Для этого прогиба граничные значения равны: $y(0)=0$ и $y(H)=f$.

Перемещение точек консоли относительно ее заделки, т. е. «консольный» прогиб, будет равен по абсолютному значению

$$|\overline{y}(x)|=f-y(x). \quad (I.7)$$

Подставляя (I.6) в (I.7), получим:

$$|EJ\overline{y}(x)|=\int_x^H\int_x^H\int_0^x\int_x^0 q(x)\,dx^4=\int_x^H\int_x^H M\,dx^2=EJ\int_x^H \alpha\,dx. \quad (I.8)$$

Граничные значения этого прогиба $\overline{y}(0)=f$, $\overline{y}(H)=0$.

В расчете следует принимать в качестве H полную высоту здания до подошвы фундамента. При этом можно пренебречь небольшим преувеличением усилий за счет того, что на подземную часть здания ветровая нагрузка не действует.

ГЛАВА II. НАГРУЗКИ, ВОЗДЕЙСТВИЯ, ПРЕДЕЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

§ 1. ВЕРТИКАЛЬНАЯ НАГРУЗКА

Вероятность одновременного загружения всех перекрытий полной временной нагрузкой уменьшается с увеличением этажности здания, поэтому СНиП II-6-74 разрешают снижать временные нагрузки при расчете стен, столбов, колонн и фундаментов, умножая их для жилых, общественных и лечебных зданий, административных классных и бытовых помещений на коэффициент

$$\eta_1=0{,}3+\frac{0{,}6}{\sqrt{m}}, \quad (II.1)$$

где m — число перекрытий над рассматриваемым сечением.

Использование дифференцированного коэффициента η_1 затрудняет расчет несущей системы здания, так как с изменением рассчитываемого уровня x меняется временная нагрузка на всех вышерасположенных перекрытиях.

Кроме того, для расчета несущей системы с учетом сопротивления связей надо знать нагрузку не только выше, но и ниже рассчитываемого уровня, о чем в СНиП ничего не говорится.

Анализ влияния η_1 на величину временной нагрузки для зданий разной этажности позволяет рекомендовать для расчета несущих систем жилых и гражданских зданий с учетом сопротивления связей сдвига принимать одинаковое для всех уровней значение коэффициента η_3:

Этажность	9	12	16	20	25	30	35	40	50 и более
η_3	0,57	0,54	0,51	0,49	0,47	0,45	0,44	0,43	0,42

Это позволит считать вертикальные нагрузки в многоэтажных зданиях с монотонной структурой равномерно распределенными по высоте. Погонная нагрузка на i-тый вертикальный элемент (пренебрегая небольшим различием в этажных нагрузках от кровли, от технического этажа и т. п.) составляет:

$$p_i^0 = \frac{\Sigma P_{i\,эт}^0}{H}, \qquad (II.2)$$

где $P_{i эт}^0$ — нагрузка, приходящаяся на элемент i по грузовой площади от одного этажа здания (сумма берется по всем этажам)

$$P_{i\,эт}^0 = (G_i + \eta_3 P_i)_{эт},$$

где G_i — постоянная; P_i — временная нагрузка одного этажа; H — высота здания.

Погонная нагрузка p_i^0 действует на вертикальный элемент в общем случае с эксцентриситетами e_{iz} и e_{iy}, которые возникают вследствие неточности монтажа и влияния узловых изгибающих моментов (см. § 1 и 5 гл. IX).

Эксцентриситет из плоскости рамы или диафрагмы не учитывается при расчете несущей системы в целом.

Внецентренное действие вертикальной нагрузки в плоскости столба (рис. II.1,*а*) эквивалентно совместному действию центральной распределенной нагрузки и распределенного момента (рис. II.1,*б*). Погонный момент $m_i^э = p_i^0 e_i$ создает в столбе изгибающий момент $M_i^э(x) = m_i^э x$, эпюра которого показана на рис. II.1,*в*. Важной особенностью этого вида нагрузки является равенство нулю поперечной силы при $M = M^э(x) \neq 0$.

Действие распределенного момента на любой столб вызывает пространственную деформацию всей несущей системы и потому должно учитываться при ее расчете.

Центральная вертикальная распределенная нагрузка не

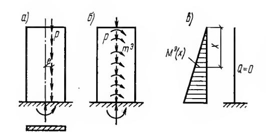


Рис. II.1. Действие внецентренной вертикальной нагрузки на столб диафрагмы

а — действительная схема загружения; *б* — эквивалентная схема с центральной нагрузкой и распределенным моментом; *в* — эпюра моментов

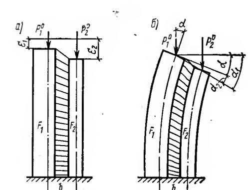


Рис. II.2. Действие удельно-неравной вертикальной нагрузки, центрально приложенной к столбам диафрагмы

а — при шарнирных связях между столбами; *б* — при связях, сопротивляющихся изгибу и сдвигу

влияет на работу несущей системы с шарнирными связями (консольная модель). Податливые связи поворачиваются, не изгибая столбы (рис. II.2,*а*). Но если столб связан с другими вертикальными элементами с помощью связей сдвига, центральная нагрузка может привести к его изгибу (рис. II.2,*б*) и к пространственной деформации всей несущей системы, когда

$$p_i^0/A_i \neq p_{i+1}^0/A_{i+1}\,.$$

Эквивалентный распределенный изгибающий момент будет равен (см. приложение 1)

$$m_{i,\,i+1}^{в} = b_{i,\,i+1}\,(p_{i+1}^0 - \beta\, p_i^0)/(1+\beta);\ \beta = A_{i+1}/A_i, \qquad (II.3)$$

где $A = EF$ — осевая жесткость (E — модуль деформации; F — площадь поперечного сечения вертикального элемента i).

При этом столбы стремятся к различной осевой деформации под разной удельной нагрузкой, а связи, мешая этому, деформируются сами и деформируют несущую систему.

§ 2. ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ НАГРУЗКА ОТ ВЕТРА

Панели наружных стен передают ветровую нагрузку на перекрытия, работающие как горизонтальные диафрагмы (см. рис. I.8). От перекрытий эту нагрузку воспринимают вертикальные несущие конструкции (диафрагмы, рамы и т. п.),

которые передают ее иа фундамеит здания. Ветровая иагрузка нормирована СНиП II-6-74. Нормативиое давлеиие ветра для зданий с $H>40$ м, равиомерио распределенной массой и постояниой по высоте жесткостью при учете только первой формы колебаний, согласио п. 6.17 СНиП II-6-74, для любого уровня по высоте здаиия составляет:*

$$q_н = q_0 c \ (k + k^в \ \nu \varkappa \xi \ m)^*, \tag{II.4}$$

где q_0 — скоростиой иапор иа 1 м² поверхности данного фасада по п. 6.4 СНиП; k — коэффициеит возрастания скоростиого иапора, определяемый для данного уровня по п. 6.5 СНиП; $k^в$ — для верха здания; c — аэродинамический коэффициеит по п. 6.7—6.10 СНиП; $\varkappa$ — коэффициент, учитывающий измеиеиие пульсаций по высоте и форму собствеиных колебаиий здания (см. ниже)

x/H	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\varkappa$	1,36	1,28	1,19	1,1	1	0,9	0,79	0,66	0,52	0,34

ν — коэффициент корреляции по табл. 11 СНиП; ξ — коэффициент дииамичиости, определяемый по графику СНиП в зависимости от параметра

$$\varepsilon_1 = \frac{T_1 v}{1200} = \frac{T_1 \sqrt{1,2 q_0}}{300} \tag{II.4, a}$$

(здесь T_1 — период 1-й формы колебаний); m — коэффициент пульсации, прииимаемый по табл. 9 СНиП для верха здания.

Эпюра ветрового давлеиия (рис. II.3) ограничена с одиой стороны ломаиой лииией. Для удобства расчета эту эпюру замеияем эквивалеитиой трапецией так, чтобы площадь трапеции была равна площади иормированной эпюры, а центры тяжести обеих эпюр лежали иа одиой высоте.

Обозначив положение центра тяжести эпюр $C = S/F$ (где S и F — статический момент отиосительио заделки и площадь задаииой по СНиП эпюры ветровой иагрузки), иайдем параметры эквивалеитной трапециевидиой эпюры:

$$a = (2H - 3C)/(3C - H); \tag{II.5}$$

$$q = 2F/[(1+a) \ H]. \tag{II.6}$$

Расчетная нагрузка равна $q = 1,2 q_н$. Точность определеиия ε, а следовательио, и T мало сказывается на значеиии иагрузки (II.4). Результаты измереиий колебаиий построеииых многоэтажиых здаиий [46, 70, 75 и др.] позволяют рекомеидовать приближеиную эмпирическую формулу (рис. II.4)

$$T_1 \approx 0,021 H, \tag{II.7}$$

где H — высота здаиия, м.

Для упрощеииых расчетов можио, полагая в (II.4)

$$\nu \varkappa \xi \approx 0,5 \cdot 1,36 \cdot 1,5 \approx 1,$$

* При $H \leqslant 40$ м второй члеи в скобке равеи иулю.

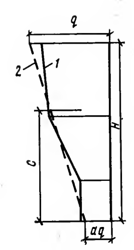


Рис. II.3. Приведение ломаной эпюры давления ветра (*1*) к эквивалентной трапециевидной (*2*)

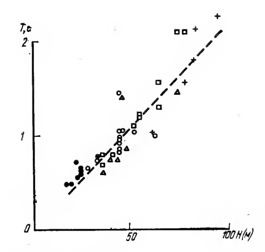


Рис. II.4. Зависимость периода колебаний от высоты здания по результатам измерений в натуре (пунктиром показано рекомендуемое для расчетов значение $T=0{,}021\ H$)

+ — данные [83]; ○ — то же [46]; △ — [75]; □ — [7]; ● — [70]

принимать сразу трапециевидную эпюру ветровой нагрузки с интенсивностью:

вверху здания

$$q_н = q_0 k^в c\ (1+m), \tag{II.8}$$

на уровне земли

$$a q_н = 0{,}65\, q_0 c. \tag{II.9}$$

При изменении угла атаки ветра аэродинамический коэффициент c меняется и возникает эксцентриситет равнодействующей ветрового потока относительно центра наветренного фасада. При угле атаки 45° этот эксцентриситет может быть принят равным 0,15 длины наветренного фасада, а полный коэффициент c будет равен: 1,1 при $B/L=0{,}5$ и 1,3 при $B/L=0{,}2$, где L — длина наветренного фасада, а B — ширина здания. Следует проверять ускорение колебаний верхних этажей W, возникающее при пульсации ветра. Оно не должно превышать 0,1 м/с² во избежание неприятных ощущений у проживающих в доме людей:

$$W_1 = \xi\, \frac{y_n \sum\limits_{i=1}^{n} y_i\, q^c_{н\, i}\, S_i m_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i^2\, M_i}\,, \tag{II.10}$$

где y_i — ордината первой формы свободных колебаний для уровня i-го перекрытия; n — число перекрытий; $q^{c}_{нi}$ — нормативная статическая ветровая нагрузка на 1 м² фасада для уровня i-го перекрытия; S_i — площадь i-го участка фасада, равная его длине, умноженной на высоту этажа; m_i — коэффициент пульсации, определяемый по табл. 9 СНиП для уровня i-го перекрытия; M_i — масса i-го участка; ξ — динамический коэффициент, определяемый по графику СНиП в зависимости от ε_1.

Формула (II.10) может быть упрощена, если по (II.5) и (II.6) найти эквивалентную нагрузку, заменяющую $\sum_{i=1}^{n} q^{c}_{нi} S_i m_i$ в (II.10). Обозначив эту эквивалентную нагрузку $\overline{q}_н$ и $\overline{a}\overline{q}_н$ (рис. II.5) и приняв во внимание в соответствии с многочисленными экспериментами [46, 75 и др.], что первая форма колебаний изображается наклонной прямой, а масса здания равномерно распределена по его высоте, получим из (II.10)

Рис. II.5. К выводу упрощенной формулы для W_1

$$W_1 = \frac{\xi h \overline{q}_н}{M_i} \left(1 + \frac{\overline{a}}{2}\right), \qquad (II.11)$$

где $\overline{q}_н$ и M_i должны быть определены при одинаковой ширине участка i.

При трапециевидной эпюре горизонтальной нагрузки:

$$q\ (x) = q\ \left(1 + \frac{a-1}{H}\ x\right); \qquad (II.12)$$

$$Q^{г}\ (x) = -q\,x\ \left(1 + \frac{a-1}{2H}\ x\right); \qquad (II.13)$$

$$M^{г}\ (x) = -\frac{q\,x^2}{2}\ \left(1 + \frac{a-1}{3H}\ x\right), \qquad (II.14)$$

а прогиб верхней точки

$$f^{г} = -\frac{4a + 11}{120\,E\,J^0}\ q\,H^4. \qquad (II.15)$$

В этих формулах q — интенсивность горизонтальной эквивалентной распределенной нагрузки вверху здания (см. рис. II.3), подставляется со знаком «минус»; J^0 — момент инерции нетто всего сечения несущей конструкции, взятый относительно центра тяжести этого сечения.

Для расчета несущей системы здания ветровая нагрузка, найденная по формулам (II.4) или (II.8), умножается на длину фасада L. При наличии лоджий, балконов с глухими ограждениями и тому подобных неровностей на фасадах, перпенди-

кулярных рассматриваемому, длина последнего с учетом данных [45] возрастает на величину ΔL.

$$\Delta L = 0,1\, l_л\, h_л\, \frac{n}{H}, \qquad (II.16)$$

где $h_л$, $l_л$ — высота и длина одной лоджии (балкона и т. п.); n — число лоджий на фасадах, параллельных направлению ветра; H — полная высота здания.

§ 3. СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Сейсмические инерционные силы, согласно СНиП II-А.12-69*, могут быть представлены как горизонтальная нагрузка, расчетное значение которой на уровне k-го перекрытия, соответствующее i-му тону собственных колебаний, составит:

$$S_{ik} = G_k\, k_c\, \beta_i\, \eta_{ik}, \qquad (II.17)$$

где G_k — сила тяжести (нагрузка) данного уровня (этажа) с учетом коэффициентов: 0,9 для постоянных нагрузок; 0,8 для временных длительных нагрузок; 0,5 для полезных нагрузок на перекрытия и для снеговой нагрузки (при расчете на сейсмическое воздействие ветер не учитывается); k_c — коэффициент сейсмичности, принимаемый равным 0,025; 0,05 и 0,1 соответственно для расчетной сейсмичности 7, 8 и 9 баллов; коэффициент умножается на 1,4 при высоте 9 этажей и более; при высоте от 5 до 9 этажей определяется по линейной интерполяции между 1 и 1,4; $\beta_i = \frac{1}{T_i}$ — динамический коэффициент ($0,8 \leqslant \beta_i \leqslant 3$); T_i — период собственных колебаний несущей системы по i-му тону (см. далее);

$$\eta_{ik} = \frac{\delta_{ik} \sum_{j=1}^{n} G_j\, \delta_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} G_j\, \delta_{ij}^2} \qquad (II.18)$$

(здесь δ_{ik} и δ_{ij} — ординаты форм собственных колебаний здания по i-му тону в точке k и во всех уровнях.

Остановимся несколько подробнее на приемах определения T_i и η_{ik}.

При сейсмическом воздействии в отличие от ветровой нагрузки период колебаний T непосредственно определяет величину сейсмических сил (II.17), поэтому его следует вычислять более строго, имея при этом в виду, что увеличение жесткости здания уменьшает T и увеличивает сейсмическую нагрузку.

При изгибных колебаниях консоли горизонтальное перемещение точки с координатой x (см. рис. II.5) в момент времени t равно:

$$y\,(x,\ t) = f\,(x)\ \sin\, p\,t, \qquad (II.19)$$

где $f(x)$ — уравнение прогиба (речь о нем будет идти дальше); p — круговая частота свободных колебаний.

В процессе колебаний консоли ее потенциальная Π и кинетическая K энергия с течением времени t непрерывно изменяются, причем максимальная потенциальная энергия (возникающая при наибольшем отклонении от равновесия) полностью трансформируется в кинетическую при прохождении системы через недеформированное состояние. По формуле Релея при погонной массе m и жесткости EJ, не зависящих от x, круговая частота колебаний [55] будет равна:

$$p = \sqrt{\frac{\Pi_{max}}{K_{max}}} = \sqrt{\frac{EJ \int\limits_0^H (f'')^2 \, dx}{m \int\limits_0^H f^2 \, dx}}. \qquad (II.20)$$

Периодом колебаний T называется время, в течение которого совершается одно полное колебание. Зная круговую частоту p, которая соответствует числу колебаний за время 2π секунд, найдем:

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{K_{max}}{\Pi_{max}}}. \qquad (II.21)$$

Для определения T надо подставить (II.20) в (II.21), предварительно задавшись функцией $f(x)$ или некоторой фиктивной горизонтальной нагрузкой $q(x)$ и от нее определив прогиб $f(x)$. Удобно, например, задаться горизонтальной равномерной нагрузкой

$$q = mg. \qquad (II.22)$$

При этом вычисление потенциальной энергии может быть заменено более простым определением работы нагрузки в положении максимального отклонения

$$\Pi = A = \frac{mg}{2} \int\limits_0^H f(x) \, dx. \qquad (II.23)$$

Тогда приближенное значение периода колебаний по первому тону (m сокращается) составит:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\int\limits_0^H f^2(x) \, dx}{g \int\limits_0^H f(x) \, dx}}, \qquad (II.24)$$

где $f(x)$ — прогиб в уровне x от равномерно распределенной нагрузки $q = mg$; $g = 9{,}81$ м/с² — ускорение свободного падения.

Если массу здания сосредоточить равными долями M в уровне перекрытий, получим вместо (II.24)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{g \sum_{i=1}^{n} y_i}}, \qquad (II.25)$$

где y_i — перемещение точки i консоли от горизонтальных сил веса $Q = Mg$, приложенных в уровне всех перекрытий.

Если первую форму колебаний изобразить, как это было принято при выводе формулы (II.11), наклонной прямой (см. рис. II.5)

$$y = f(x) = kx,$$

то по формуле (II.24)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2kH}{3g}} = 1{,}64\sqrt{kH} = 1{,}64\sqrt{f(H)}, \qquad (II.26)$$

где $f(H)$ — прогиб верха здания, м, с учетом изгиба и сдвига, а также податливости основания под действием горизонтальной равномерно распределенной нагрузки g, равной погонной массе здания.

Такой же результат получен в работе [81]. Формула (II.26) дает достаточно высокую точность. Так, например, для сплошной консоли значение (II.26) расходится с точным решением менее чем на 2%.

Обратимся теперь к определению η_{ik} (II.18). Ординаты δ_{ij} для первой формы колебаний близки к прогибам от повернутой горизонтально массы здания. В высоких зданиях масса может считаться равномерно распределенной по высоте. Тогда ее можно вынести в формуле (II.18) за знак суммы и сократить. Для первого тона колебания, обозначив $\delta_{1j} = y_j$, получим:

$$\eta_{1k} = \frac{y_k \sum_{j=1}^{n} y_j}{\sum_{j=1}^{n} y_j^2}, \qquad (II.27)$$

где y_k, y_j — прогибы несущей системы здания в уровнях k и j от единичных сил, приложенных во всех уровнях ($1, \ldots, k, \ldots, j, \ldots, n$) (определяются по формулам, приведенным в соответствующих главах этой книги для разных несущих систем многоэтажных зданий).

Для приближенной оценки можно принять, что первая форма колебаний изображается наклонной прямой, как это было принято при выводе формул (II.11) и (II.26). Подставляя в

(II.27) $y_k = cx_k$ и $y_j = cx_j$, получим после сокращения на c^2 и замены суммирования интегрированием (см. рис. II.5):

$$\eta_{1k} = \frac{x_k \int\limits_0^H x\,dx}{\int\limits_0^H x^2\,dx} = \frac{1{,}5\,x_k}{H}. \qquad (II.28)$$

Такой же результат приведен в работе [54].

После вычисления S_{1k} для всех уровней (этажей) нагрузка приводится к трапециевидной эпюре по формулам (II.5) — (II.6). Это позволяет рассчитывать здания на сейсмическую нагрузку по формулам, приведенным в следующих главах этой книги, справедливым для всякой горизонтальной нагрузки, распределенной по закону трапеции.

В высоких зданиях с большим периодом колебаний основного тона, для которых существен учет высших форм колебаний (не более двух, кроме первой), сейсмические инерционные силы S_{ik} вычисляют по формуле (II.17) для каждого тона колебаний i. От этих сил определяются усилия N_i в сечениях элементов несущей системы независимо для каждого тона колебаний.

Наибольшие расчетные усилия определяются с учетом влияния всех учитываемых форм колебания

$$N = \sqrt{N_{max}^2 + 0{,}5 \sum_i N_i^2}, \qquad (II.29)$$

где N_{max} — наибольшее усилие в рассматриваемом сечении, соответствующее колебаиию по одной из форм (обычно по первой форме); N_i — усилия в том же сечеиии при других формах колебаний.

Если центр масс не совпадает в плане с центром жесткостей несущей системы или период крутильных колебаний близок к периоду низшего тона поступательных колебаний (или превосходит его), надо учитывать в расчете дополнительные инерционные силы, создаваемые крутильными колебаниями [54, 65 и др.]. Можно также воспользоваться для симметричных в плане зданий нормами [16], где усилия определяются от совместного действия в уровне рассматриваемого этажа силы S_k и крутящего момента:

$$M_к = S_k\,e, \qquad (II.30)$$

где e — случайный эксцентриситет в плане здания, равный 0,05 его длины в направлеиии, перпендикулярном действию силы S_k.

Если имеется фактический эксцентриситет e_0 между центрами масс и жесткостей в уровне данного этажа, он добавляется к эксцентриситету e.

Возведение здания большой этажности не укладывается по времени в один сезон. Монтаж здания начинается в одних температурных условиях (например, летом), а заканчивается в других (зимой). При этом в конструкциях здания создаются усилия разных знаков ввиду того, что свобода температурной деформации стеснена цокольно-фундаментной частью (см. § 3 гл. VIII).

В эксплуатационный период перепад температур вызывает деформацию ограждающей конструкции и создает усилия в связях между ней и несущими конструкциями, а значит, и в самих несущих конструкциях (рис. II.6).

Перепад температур V, вызывающий искривление наружной панели и ее линейную деформацию, нормируется СНиП II-6-74.

Усилия, создаваемые температурными воздействиями в конструкциях, зависят не только от температурного перепада, но и от степени стеснения температурной деформации. Зависимость между напряжением σ_t и относительной температурной деформацией панели ε_t, возникающими в условиях стеснения этой деформации другими конструкциями или связями, выражается уравнением (рис. II.7)

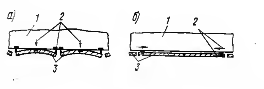
$$\sigma_t = (\alpha\,\Delta\,t - \varepsilon_t)\;E = \varepsilon_c\,E, \qquad (II.31)$$

где ε_c — силовая деформация, соответствующая напряжению σ_t и уменьшающая свободную деформацию панели; ε_c — зависит от жесткостей конструкций и связей и определяется расчетом статически неопределимой системы, в которую входят рассматриваемая конструкция и сопряженные с ней элементы (см., например, [23] гл. X § 13).

Соответственно

$$\varepsilon_t = \alpha\,\Delta\,t - \varepsilon_c. \qquad (II.32)$$

Аналогичным образом воздействует на усилия в несущей системе и в ограждающих конструкциях усадка бетона. Для



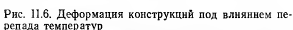


Рис. II.6. Деформация конструкций под влиянием перепада температур

а — по толщине ограждающей конструкции; *б* — между средней (осевой) температурой ограждающей и внутренней конструкций; *1* — внутренняя конструкция; *2* — связи и возникающие в них усилия; *3* — ограждающая конструкция

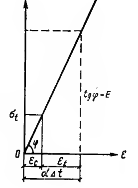


Рис. II.7. Зависимость между напряжениями и относительными деформациями от температуры

уменьшения усилий, создаваемых температурным перепадом и усадкой, служат температурные швы, расстояния между которыми в крупнопанельных зданиях нормированы [45].

§ 5. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ И НЕРАВНОМЕРНЫЕ ОСАДКИ ОСНОВАНИЯ

Максимальный допустимый прогиб от нормативной ветровой (а в соответствующих случаях и от внецентренной или удельно-неравной вертикальной) нагрузки обычно принимается равным $f \leqslant H/1000$. Такое значение прогиба соответствует допустимому перекосу наружных панелей, примыкающих к вертикальным диафрагмам в зданиях со связевым каркасом [34].

При расчете многоэтажного здания на устойчивость положения, т. е. на опрокидывание, рекомендуется принимать коэффициент запаса

$$K_у = \frac{M_{удерж}}{M_{опрок}} \geqslant 1,5. \qquad (II.33)$$

Влияние податливости основания на перемещения (прогиб и угол наклона) здания может быть учтено следующим приемом. Действующие в уровне подошвы фундамента нормальная

Рис. II.8. Схема наклона фундамента и надфундаментной конструкции при неравномерной осадке

а — поворот фундамента; *б* — наклон сооружения; σ_N — напряжения в грунте от осевой силы N; σ_M — то же, от момента M

сила и момент создают под фундаментом трапецевидную эпюру давления на грунт (рис. II.8,*а*). При этом

$$\sigma_м = \frac{M\,(H)\,l}{J_ф\,2}, \qquad (II.34)$$

где $J_ф$ — момент инерции площади подошвы фундамента относительно оси, проходящей через центр тяжести этой площади и перпендикулярной плоскости действия момента.

Угол поворота α и дополнительный прогиб (рис. II.8,*б*) составляют:

$$\alpha = \frac{\delta}{0,5\,l} = \frac{M\,(H)}{J_ф\,c}; \qquad (II.35)$$

$$f_1 = \alpha\,H, \qquad (II.36)$$

где, согласно п. 11, прил. 3 СНиП II-15-74,

$$c = \frac{3E_{ср}}{2\,(1-\mu_{ср}^2)\,b\,k_l}, \qquad (II.37)$$

здесь $E_{ср}$ и $\mu_{ср}$ — модуль деформаций и коэффициент Пуассона грунта, принимаемые средними в пределах сжимаемой толщи, значение их определяется по СНиП II-15-74; b — размер прямоугольного в плане фундамента в направлении, перпендикулярном плоскости действия момента $M(H)$; k_i — безразмерный коэффициент k_l или k_b, определяемый по табл. 4 прил. 3 СНиП II-15-74; если крен происходит в направлении, параллельном длинной стороне фундамента, принимается k_l, если же в направлении, параллельном короткой стороне, то k_b. В обоих случаях n в таблице равно отношению большей стороны фундамента к меньшей.

§ 6. УЧЕТ УСЛОВИЙ ВОЗВЕДЕНИЯ

При проектировании конструкций надо анализировать условия их возведения и делать соответствующие расчетные проверки. Особенно важно выявлять этапы возведения, при которых изменяется расчетная схема сооружения или его отдельных элементов. Типичными примерами могут служить: работа связевого каркаса при отставании монтажа стенок жесткости; устойчивость колонн со сварными стыками до их замоноличивания; прочность неразрезных ригелей под монтажными нагрузками до выполнения связей, создающих неразрезность, и т. п. В этих и подобных случаях расчетные схемы и нагрузки могут существенно отличаться от тех, которые будут наблюдаться в законченном сооружении.

Следует также учитывать в расчетах то обстоятельство, что здание (как и всякое сооружение) не является невесомым до окончания строительства. Его масса возрастает в процессе возведения каждого нового этажа. Параллельно изменяются его высота H, погонная жесткость вертикальных элементов — столбов как консолей, защемленных в основании, т. е. расчетная схема в целом (см. § 3 гл. VII).

ГЛАВА III. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ НЕСУЩИЕ СИСТЕМЫ СО СВЯЗЯМИ СДВИГА

§ 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ В ПЛАНЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ, ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим пространственную несущую систему многоэтажного здания, изображенную на рис. I.18. Данная система в общем случае состоит из вертикальных каркасных и панельных элементов прямоугольного сечения (колонн и столбов), расположенных в плане во взаимно-перпендикулярных направлениях. Вертикальные элементы соединены между собой в горизон-

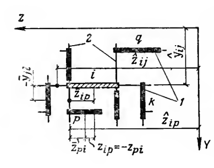
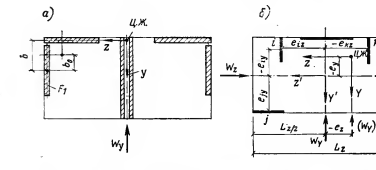


Рис. III.1. Фрагмент плана пространственной несущей системы

1 — вертикальные элементы (столбы); *2* — связи сдвига

Рис. III.2. Схемы планов несущих систем

а — расчленение сложного сечения на прямоугольные; *б* — к выводу формулы (VIII.1)



тальных плоскостях перекрытиями, а по вертикальным швам — связями сдвига (ригели, перемычки, сваренные выпуски арматуры, бетонные шпоночные швы и др.). Перекрытия полагаем абсолютно жесткими в своей плоскости и гибкими из плоскости, а связи сдвига упруго-податливыми. Как принято в дискретно-континуальной модели, те и другие считаются непрерывно распределенными по высоте здания. Будем исходить из геометрически и физически линейной постановки задачи.

Рассматриваемая система [26] при несимметричном плане и произвольной нагрузке подвергается косому изгибу и внецентренному сжатию со стесненным кручением, причем линия центров кручения заданной системы представляет собой пространственную кривую[1]. Фрагмент плана с указанием центральных и вспомогательных осей координат показан на рис. III.1. Систему координат примем по рис. I.18 и I.20. Начало центральной системы координат в плане расположим в центре жесткостей вертикальных элементов всей несущей системы, начало вспомогательных координат — в центрах тяжести поперечных сечений соответствующих вертикальных элементов.

Если последние имеют сложное открытое сечение — двутавровое, уголковое и т. п., то они расчленяются на отдельные прямоугольники, соединенные условными связями сдвига (рис.

[1] Подробнее см. § 3 настоящей главы, формулу (III.98).

III.2,*а*). Характеристика податливости таких связей s_{ij} принимается в расчете равной нулю (см. пример 15 в гл. X).

В несущих системах с элементами сложного открытого профиля не всегда удается вводить в условных швах податливость связей $s=0$. В сложных системах такой прием может привести к устранению членов уравнения, не содержащих данного параметра $s_{ik}=0$. В таких случаях податливость связей в условных швах может быть принята равной s_ϕ [см. § 1 гл. IV и формулу (V.21)].

Сопротивлением вертикальных элементов открытого профиля чистому кручению пренебрегаем, полагая его малым по сравнению с их сопротивлением изгибному кручению относительно общего для всей системы центра поворота. Сопротивление сдвигу будем учитывать в соответствии с указаниями § 1 гл. V.

Под действием внешней нагрузки в вертикальных элементах несущей системы со связями сдвига помимо изгибающих моментов и поперечных сил возникают вследствие сопротивления связей нормальные силы $N_i(x)$. Схема их возникновения от горизонтальной нагрузки показана на рис. I.3,*в*.

Положим, что неизвестные пока силы N_i и распределенные моменты, создаваемые связями, являются частью заданной внешней нагрузки. Тогда все связи сдвига теряют свое значение и могут быть заменены шарнирными. Под действием всей внешней нагрузки (включая силы N_i и моменты от связей) система, очевидно, придет в то же самое деформированное состояние, в какое пришла бы от заданной нагрузки система со связями сдвига (см. гл. X, примеры 15 и 16). Но тогда пространственная кривая центров кручения заменится вертикальной прямой центров жесткостей, что значительно облегчает расчет.

Положение центра жесткостей в плане здания определяется аналогично определению центра тяжести (точнее центра площадей) с той разницей, что площади заменяются изгибными жесткостями элементов, а статические моменты — моментами этих жесткостей. Таким образом, координатами центра жесткостей относительно произвольно выбранного начала координат $Y'Z'$ точки O (рис. III.2,*б*) будут:

$$e_y = \sum_{i=1}^{n} B_{iy} e_{iy} \Big/ \sum_{i=1}^{n} B_{iy};$$

$$e_z = \sum_{i=1}^{n} B_{iz} e_{iz} \Big/ \sum_{i=1}^{n} B_{iz}, \qquad \text{(III.1)}$$

где $B_{iy}=(EJ_y)_i$ и $B_{iz}=(EJ_z)_i$ — изгибные жесткости элемента i относительно его собственных центральных осей, параллельных координатным осям Y' и Z'; e_{iy}, e_{iz} — координаты центра поперечного сечения элемента i относительно осей $Y'Z'$.

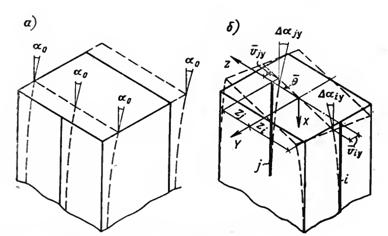


Рис. III.3. Компоненты перемещения несущей системы
а — плоский изгиб; *б* — поворот (кручение)

Если внешние нагрузки W_y и W_z не пересекают ось центров жесткостей, а приложены, например, в серединах длин фасадов (рис. III.2,*б*) как равнодействующие ветрового давления на эти фасады, тогда полное перемещение несущей системы в плане складывается из плоского изгиба в плоскостях *YX* и *ZX* и поворота вокруг оси *X* (рис. III.3). Так как оба плоских изгиба принципиально аналогичны, то для дальнейшего вывода достаточно рассмотреть один из них и поворот, который создается крутящим моментом $W_y e_z - W_z e_y$ (считая положительным консольный поворот по часовой стрелке). В вертикальном направлении в некотором сечении x будет возникать депланация (рис. III.4), т. е. выход из общей плоскости *YZ* отдельных вертикальных элементов. Это явление объясняется, с одной стороны, действием сил $N_i(x)$, растягивающих или сжимающих эти элементы, и, с другой стороны, — стесненным кручением всей системы, вследствие которого вертикальные элементы, расположенные с разных сторон от центра кручения, гнутся в противоположных направлениях (рис. III.3,*б*), что делает невозможным совмещение их нормальных сечений на одной плоскости.

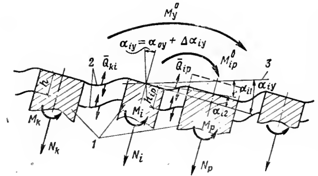
Из рассмотрения перемещения любого ряда вертикальных элементов (см. рис. III.4), расположенных, например, в плоскости, параллельной *YX*, найдем полный угол наклона, одинаковый для всех элементов данного ряда:

$$\alpha_{iy} = \alpha_{0\,y} + \Delta\,\alpha_{iy} \tag{III.2}$$

$$\text{или}\quad \alpha_{iy} = \alpha_{i\,1} + \alpha_{i\,2}. \tag{III.3}$$

Приравнивая правые части этих выражений, получим уравнение четырех углов

$$\alpha_{0\,y} + \Delta\,\alpha_{iy} = \alpha_{i\,1} + \alpha_{i\,2}, \tag{III.4}$$



Рнс. III.4. Наклон ряда вертнкальных элементов прн действнн горнзонтальной, вертикальной внецентренной и вертнкальной удельно-неравной нагрузок

1 — столбы; *2* — связи; *3* — след плоскости *YZ* до деформации

где $\alpha_{oy} = \alpha_{oy}(x)$ — общий для всей несущей системы угол наклона только от плоского нзгиба системы в плоскостн, в данном случае YX; $\Delta\alpha_{iy} = \Delta\alpha_{iy}(x)$ — дополнительный угол наклона всех элементов данного ряда вызванный поворотом*; $\alpha_{i1} = \alpha_{i1}(x)$ — часть полного угла наклона, определяемая разностью осевых деформацнй смежных вертнкальных элементов; $\alpha_{i2} = \alpha_{i2}(x)$ — остальная часть полного угла наклона, определяемая деформацией (изгиба, сдвига) связей между двумя смежными вертикальными элементамн.

Каждый нз четырех углов, входящих в (III.4), может быть выражен через неизвестную пока функцию N_i и внешние известные нагрузки. Записывая (III.4) для каждого вертикального элемента, получаем систему уравнений, из которой определяются искомые функции N_i, принятые за неизвестные.

В этом параграфе рассмотрим пространственную систему, не содержащую замкнутых контуров в плане. Полученное решение будет также справедливо и для системы с замкнутыми контурами, но не подвергающейся кручению (повороту) в плане.

Продифференцируем по x выражение (III.4), переписав его относительно производной угла α_{i2}:

$$\alpha'_{i\,2} = \alpha'_{o\,y} - \alpha'_{i\,1} + \Delta\,\alpha'_{i\,y}\,. \qquad \text{(III.5)}$$

Очевидно, наклон ряда элементов (см. рнс. III.4) на любой угол a_i вызывает вполне определенное деформирование связей, а следовательно, однозначно определяет силы $Q_{it}(x)$ н нх направление. В свою очередь этими силами определяются $N_i(x)$ во всех вертикальных элементах, так как из равенства нулю суммы проекций на ось X сил, действующих на элемент i (рис. III.5), в любом сечении x имеем

$$N_i - \sum \int_0^x \frac{\overline{Q}_{ip}\,d\,x}{h_{ip}} + \sum \int_0^x \frac{\overline{Q}_{qi}}{h_{qi}}\,d\,x - \sum \int_0^x \frac{\overline{Q}_{ij}}{h_{ij}}\,d\,x +$$

* Ввиду того что угол поворота θ есть малый угол, в дальнейших выкладках и в тексте не делается различия между проекцией угла α и самим этим углом, так же как и между проекцией и углом $\Delta\alpha_i$.

$$+\sum \int\limits_0^x \frac{\overline{Q}_{kl}}{h_{kl}}\, d\,x = 0, \qquad \text{(III.6)}$$

где индексы p, q относятся к связям, параллельным оси y, а индексы j, k — к связям, параллельным оси z; h_{ip} — расстояние между связями по высоте здания; суммирование производится по всем связям данного направления.

Если выразим все члены уравнения (III.5) через искомые неизвестные N_i и внешнюю нагрузку, то получим систему уравнений, из которой сможем найти все силы $N_i(x)$. Так как (III.5) можно записать для каждого вертикального элемента несущей системы, то число уравнений будет равно числу неизвестных.

Из условия равновесия при плоском изгибе несущей системы в плоскости XY, $M_y^0 = \sum\limits_{i=1}^{n} M_i + \sum\limits_{i=1}^{n} N_i y_i$ найдем:

$$\alpha'_{0\,y} = \frac{1}{B_z}\left(\sum_{i=1}^{n} N_i\, y_i - M_y^0\right). \qquad \text{(III.7)}$$

Исходя из определения угла α_1, в соответствии с рис. III.6 и с учетом формулы (III.5), получим:

$$\alpha_{1\,y} = \frac{1}{|y_{ip}|}\left\{\left[\frac{1}{A_i}\int\limits_x^H N_i\, d\,x + (\alpha_{0\,z} + \Delta\,\alpha_{iz})\,\overline{z}_{ip}\right] - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{1}{A_p}\int\limits_x^H N_p\, d\,x + (\alpha_{0\,z} + \Delta\,\alpha_{pz})\,\overline{z}_{pi}\right]\right\} + \frac{1}{\overline{B}_{ipz}}\int\limits_x^H M_{ipy}^{\text{в}}\, d\,x. \qquad \text{(III.8)}$$

В формулах (III.7), (III.8): $B_z = \sum\limits_{i=1}^{n} EJ_{iz}$ — суммарная **изгибная** жесткость всех вертикальных элементов относительно осей, проходящих через центры тяжести сечений этих элементов и параллельных оси Z всей системы; E — по формуле (V.36); $N_i = N_i(x)$ — нормальная сила, возникающая в сечении x вертикального элемента i только в результате сопротивления связей изгибу и сдвигу; y_i, z_i — координаты центра тяжести горизон-

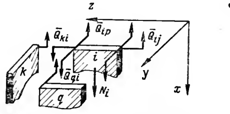


Рис. III.5. К выводу формулы (III.6) и (III.24)

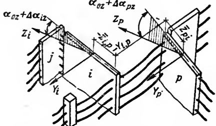


Рис. III.6. К выводу формулы (III.8)

тального сечения элемента i относительно центра жесткостей всей несущей системы здания; $M_y^0 = M_y^0\ (x)$ — изгибающий момент от всей внешней нагрузки (горизонтальной и внецентренной вертикальной), действующей на все здание в целом в плоскости, параллельной YX; y_{ip} — проекция на ось Y расстояния между центрами тяжести элементов i и p, y_{ip} считается положительным, если центр тяжести элемента p смещен относительно центра тяжести элемента i в сторону положительных значений оси Y; $A_i = EF_i$ — осевая жесткость вертикального элемента i; $\overline{z}_{ip}$, $\overline{z}_{pi}$ — координаты точек присоединения связи ip к элементам соответственно i и p, берутся в собственных центральных системах координат элементов i и p, имеют начала в центрах тяжести поперечных сечений этих элементов и направлены так же, как и основная система координат, начинающаяся в центре жесткостей;

$$\overline{B}_{ipz} = \frac{A_p y_{ip}^2}{1 + \beta_{ip}}; \quad \beta_{ip} = \frac{A_p}{A_i}; \quad M_{ip}^{\text{в}} = m_{ip}^{\text{в}} x; \qquad \text{(III.9)}$$

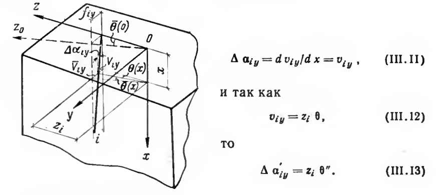
$m_{ip}^{\text{в}}$ — определяется по формуле (II.3).

Дифференцируя (III.8) по x и замечая, что $\overline{z}_{ip} - \overline{z}_{pi} = z_{ip}$, найдем:

$$\alpha'_{1y} = \frac{1}{|y_{ip}|} \left[\left(\frac{N_p}{A_p} - \frac{N_i}{A_i} \right) + (\alpha'_{oz} z_{ip} + \Delta\alpha'_{iz} \overline{z}_{ip} - \Delta\alpha'_{pz} \overline{z}_{pi}) \right] - \frac{M_{ipy}^{\text{в}}}{\overline{B}_{ipz}}, \qquad \text{(III.10)}$$

где α'_{oz} по (III.7) с заменой y на z, и наоборот.

Остается выразить через нагрузку и неизвестные функции производную угла $\Delta\alpha_{iy}$. Согласно рис. III.7,



$$\Delta\alpha_{iy} = d v_{iy}/d x = v_{iy}, \qquad \text{(III.11)}$$

и так как

$$v_{iy} = z_i\, \theta, \qquad \text{(III.12)}$$

то

$$\Delta\alpha'_{iy} = z_i\, \theta''. \qquad \text{(III.13)}$$

Рис. III.7. К определению угла $\Delta\alpha_{iy}$

Вместе с тем изгибающий момент ΔM_{iy} в столбе i, созданный поворотом, связан с углом наклона известной дифференциальной зависимостью $B_{iz}\Delta\alpha'_{iy} = -\Delta M_{iy}$ и потому с учетом (III.13)

$$\Delta\alpha'_{iy}/z_i = \theta'' = -\Delta M_{iy}/z_i B_{iz}. \qquad \text{(III.14)}$$

Для столба j, изгибающегося (при том же повороте плана)

в направлении $+z$, прогиб v_{jz}, угол наклона $\Delta\alpha_{jz}$ и момент ΔM_{jz} будут отрицательны, поэтому $v_{jz} = -y_i\theta$ и, следовательно, получим вместо (III.14)

$$\theta'' = \Delta M_{jz}/y_j B_{jy}. \tag{III.15}$$

Так как угол $\theta = \theta(x)$ одинаков (при жестких в своей плоскости перекрытиях) для всех столбов несущей системы, то

$$\theta'' = -\Delta M_{iy}/z_i B_{iz} = -\Delta M_{py}/z_p B_{pz} = +\Delta M_{jz}/y_j B_{jy} \ldots$$

и, следовательно,

$$\left.\begin{aligned} \Delta M_{py} &= (\Delta M_{iy}/z_i B_{iz})\, z_p B_{pz}; \\ \Delta M_{jz} &= -(\Delta M_{iy}/z_i B_{iz})\, y_j B_{jy}. \end{aligned}\right\} \tag{III.16}$$

Вместе с тем по условиям равновесия при неучете чистого кручения бимомент всех внешних сил $T = T(x)$ относительно центра жесткостей должен быть равен сумме бимоментов отдельных столбов. При этом суммарный бимомент от поступательных смещений (плоского изгиба), очевидно, равен нулю, поэтому

$$T = \sum_n (\Delta M_{py} z_p - \Delta M_{jz} y_j). \tag{III.17}$$

Подставляя (III.16) в (III.17), найдем

$$T = \frac{\Delta M_{iy}}{z_i B_{iz}} \sum (B_{pz} z_p^2 + B_{jy} y_j^2)$$

и, следовательно, с учетом (III.14) и (III.15)

$$\left.\begin{aligned} \Delta \alpha'_{iy} &= -z_i \frac{T}{B_{\text{кр}}}; \\ \Delta \alpha''_{iz} &= y_i \frac{T}{B_{\text{кр}}}, \end{aligned}\right\} \tag{III.18}$$

где

$$B_{\text{кр}} = \sum_{i=1}^{n} (B_{iy} y_i^2 + B_{iz} z_i^2); \tag{III.19}$$

T — бимомент внешних сил и искомых неизвестных усилий, переданных на столбы отброшенными связями сдвига.

Для несущей системы, не содержащей замкнутых контуров в плане,

$$T = M_y^{\text{г}} z_{\text{м}} - M_z^{\text{г}} y_{\text{м}} + \sum_{it=1,\,2}^{m-1,\,m} (M_{ipy}^{\text{в}} \hat{z}_{ip} - M_{ijz}^{\text{в}} \hat{y}_{ij}) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} (M_{iy}^{\text{э}} z_i - M_{iz}^{\text{э}} y_i) + \sum_{it=1,\,2}^{m-1,\,m} \left[(y_{it} \hat{z}_{it} - z_{it} \hat{y}_{it}) \sum_{f=1}^{i} N_f \right], \tag{III.20}$$

где $M^{\text{г}}$ — моменты от внешней горизонтальной нагрузки; $z_{\text{м}}$, $y_{\text{м}}$ — координаты плоскостей действия моментов $M^{\text{г}}$; $M_i^{\text{э}}$ — моменты от внецентренного действия на элемент i нагрузки $p_i(x)$; $\hat{y}_{ij}$, $\hat{z}_{ip}$ — координаты нулевых точек (точек перегиба) связей ii или io (см. рис. III.1).

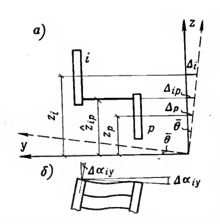


Рис. III.8. Перемещения центров тяжести столбов i, p и связи ip при повороте плана на угол $\overline{\theta}$

а — план; *б* — вид сбоку в деформированном состоянии

Выражения (III.18) справедливы для центра тяжести сечения элемента i, т. е. для его продольной оси. Однако при изгибе столба, связанном с поворотом плана, перемещения различных точек его сечения будут отличаться от перемещения его центра тяжести. Это видно, например, из рис. III.8: для элементов i и p при повороте плана на угол $\overline{\theta}$ перемещения точек, лежащих в плоскости рассматриваемой связи ip, будут определяться координатой нулевой точки связи (которая совпадает с координатой ряда) $\hat{z}_{ip}$, а перемещения центров тяжести этих элементов — координатами z_i и z_p. Так как уравнение четырех углов (III.4) записывается для углов, лежащих в одной плоскости, а именно в плоскости рассматриваемого ряда связей, следует, подставляя $\Delta\alpha'_{iy}$ в выражение (III.5), заменять z_i на $\hat{z}_{ip}$, т. е. вместо (III.18) писать

$$\Delta\alpha'_{iy} = -\hat{z}_{ip}\, T/B_{\text{кр}};\quad \Delta\alpha'_{iz} = \hat{y}_{ij}\, T/B_{\text{кр}}. \qquad \text{(III.21)}$$

Полагая, согласно данному ранее определению и с учетом (V.1)

$$\alpha'_{i2} = s_{ip}\, Q'_{ip} \qquad \text{(III.22)}$$

и. подставляя (III.22), (III.7), (III.10), (III.18) и (III.21) в уравнение (III.5), получим после деления обеих частей на s_{ip}:

$$Q'_{ip} = \frac{1}{s_{ip}} \left\{ \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} N_i y_i - M_y^0\right)}{B_z} - \frac{1}{|y_{ip}|} \left[\frac{N_p}{A_p} - \frac{N_i}{A_i} + \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} N_i z_i - M_z^0\right) z_{ip}}{B_y} + \bar{z}_{ip}\, y_i\, \frac{T}{B_{\text{кр}}} - \bar{z}_{pi}\, y_p\, \frac{T}{B_{\text{кр}}} \right] + \frac{M^{\text{в}}_{ipy}}{\overline{B}_{ipz}} - \frac{\hat{z}_{ip}\, T}{B_{\text{кр}}} \right\}. \qquad \text{(III.23)}$$

Из формулы (III.6) после двойного дифференцирования и перехода к континуальным связям получим основную систему дифференциальных уравнений пространственной несимметричной несущей системы, загруженной горизонтальной и вертикальной нагрузками

$$N_i'' = \sum_{(y)} Q_{ip}' - \sum_{(y)} Q_{qi}' + \sum_{(z)} Q_{ij}' - \sum_{(z)} Q_{ki}' \qquad \text{(III.24)}$$

$$(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m),$$

где под знаком сумм записаны функции искомых неизвестных сил $N(x)$ и внешних нагрузок, имеющие в соответствии с (III.23) следующий вид:

$$Q_{ip}' = \frac{1}{s_{ip}} \left\{ U_y + \frac{M_{ip}^{\text{в}}}{\overline{B}_{ipz}} - \frac{1}{|y_{ip}|} \left[\frac{N_p}{A_p} - \frac{N_i}{A_i} + U_z z_{ip} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{T}{B_{\text{кр}}} \left(\overline{z}_{ip} y_i - \overline{z}_{pi} y_p + \hat{z}_{ip} |y_{ip}| \right) \right] \right\}; \qquad \text{(III.25)}$$

$$Q_{qi}' = \frac{1}{s_{qi}} \left\{ U_y + \frac{M_{qi}^{\text{в}}}{\overline{B}_{qiz}} - \frac{1}{|y_{qi}|} \left[\frac{N_i}{A_i} - \frac{N_q}{A_q} + U_z z_{qi} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{T}{B_{\text{кр}}} \left(\overline{z}_{qi} y_q - \overline{z}_{iq} y_i + \hat{z}_{qi} |y_{qi}| \right) \right] \right\}; \qquad \text{(III.26)}$$

$$Q_{ij}' = \frac{1}{s_{ij}} \left\{ U_z + \frac{M_{ij}^{\text{в}}}{\overline{B}_{ijy}} - \frac{1}{|z_{ij}|} \left[\frac{N_j}{A_j} - \frac{N_i}{A_i} + U_y y_{ij} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{T}{B_{\text{кр}}} \left(\overline{y}_{ij} z_i - \overline{y}_{ji} z_j + \hat{y}_{ij} |z_{ij}| \right) \right] \right\}; \qquad \text{(III.27)}$$

$$Q_{ki}' = \frac{1}{s_{ki}} \left\{ U_z + \frac{M_{ki}^{\text{в}}}{\overline{B}_{kiy}} - \frac{1}{|z_{ki}|} \left[\frac{N_i}{A_i} - \frac{N_k}{A_k} + U_y y_{ki} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{T}{B_{\text{кр}}} \left(\overline{y}_{ki} z_k - \overline{y}_{ik} z_i + \hat{y}_{ki} |z_{ki}| \right) \right] \right\}; \qquad \text{(III.28)}$$

$$U_y = \frac{1}{B_z} \left(\sum_{f=1}^{m} N_f y_f - M_y^0 \right); \quad U_z = \frac{1}{B_y} \left(\sum_{f=1}^{m} N_f z_f - M_z^0 \right), \qquad \text{(III.29)}$$

где связи ip, qi параллельны оси y, а связи ij, ki — оси z (см. рис. III.5); m — число объединенных связями сдвига вертикальных элементов (колонн и столбов) в несущей системе.

Для вертикальных элементов, не связанных с другими с помощью связей сдвига, уравнение (III 24) не составляется,

так как в таких элементах $N=0$. Однако если эти элементы обладают изгибной жесткостью, т. е. являются столбами, их жесткость войдет в суммы жесткостей B_z и B_y и таким образом их сопротивление изгибу будет учтено системой уравнений (III.24).

Подставляя (III.25) — (III.29) в уравнение (III.24), можно получить форму записи этого уравнения [26, 34]. Все координаты (y_i, z_{ip}, $\hat{z}_{ip}$, $\overline{z}_{ip}$ и т. д.), кроме выделенных значком модуля, подставляются со своими знаками. Характеристика податливости связи s_{it} (см. гл. V) подставляется по модулю независимо от направления связи.

Граничные условия при неподатливом основании: $N(0)=0$, $N'(H)=0$; при податливом основании — по указаниям § 8 гл. II и § 2 гл. VI.

После определения искомых неизвестных усилий N_i, а следовательно, и бимомента T по формуле (III.20) момент в плоскости, параллельной YX, в любом столбе i определяется исходя из (III.7) и (III.18) (см. примеры 15 и 16 в гл. X):

$$M_{iy}(x)=B_{iz}\left(\frac{M_y^0-\sum\limits_{f=1}^{n}N_f y_f}{B_z}+\frac{z_i T}{B_{\text{кр}}}\right); \tag{III.30}$$

момент в плоскости, параллельной ZX, определяется по этой же формуле с заменой индексов и координат z на y, и наоборот, с переменой знака в последнем члене.

Угол поворота в плане можно найти, приравняв (III.13) и (III.18),

$$\theta''(x)=-T(x)/B_{\text{кр}}. \tag{III.31}$$

Двойным интегрированием (III.31) с граничными условиями $\theta(0)=0$, $\theta'(H)=0$ определяется $\theta(x)$, а затем и прогиб любого вертикального элемента

$$v_{iy}=v_y^0\pm z_i\,\overline{\theta} \tag{III.32}$$

(v_{iz} по той же формуле с заменой y на z, и наоборот), где v_y^0 — прогиб от плоского изгиба.

Однако проще определить консольный прогиб $\overline{v}_{iy}$ графоаналитическим методом как момент от фиктивной нагрузки, записанной в скобках формулы (III.30). Угол наклона α_i будет равен поперечной силе от той же фиктивной нагрузки. При этих операциях рассматриваемый элемент защемляется в сечении $x=0$, т. е. вверху, а опорное сечение остается свободным.

Перерезывающая сила в связях $\overline{Q}_{ij}$ определяется при известном α_i как

$$\overline{Q}_{ij}=\frac{\alpha_i-\alpha_{i\,1}}{s_{ij}}\,h, \tag{III.33}$$

где α_{i1} определяется по формуле (III.8); Q_{ij} можно также найти непосредственным интегрированием выражения (III.23) с граничным условием $Q_{ij}(\text{н})=0$ или как $Q_{i,i+1}=\sum_{f=1}^{i} N'_f$.

Продольные силы в вертикальных элементах

$$R_i = N_i + p_i^0 x. \qquad (III.34)$$

§ 2. НЕКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ НЕСУЩИХ СИСТЕМ

Пространственные несущие системы, симметричные в плане или разделяющиеся на две плоскопараллельные. В тех случаях когда вертикальные несущие конструкции расположены симметрично относительно центральных осей плана здания, центр жесткостей совпадает с точкой пересечения этих осей. При этом все вертикальные нагрузки p_i^0 и $m_i^э$ также располагаются симметрично относительно этих осей. Если равнодействующая горизонтальной нагрузки пересекает линию центров жесткостей, т. е. центральную вертикальную ось здания, то поворота в плане не будет.

В таком случае в системе уравнений (III.24) следует принять $T=0$.

В симметричной схеме моменты от вертикальных удельно-неравных нагрузок $M^в$ взаимно уравновешиваются, поэтому ни кручения, ни изгиба от действия этих моментов вертикальные элементы несущей системы не испытывают. Однако вследствие различия в осевых деформациях этих элементов происходит изгиб (сдвиг) связей (рис. III.9) и соответственно в вертикальных элементах возникают дополнительные усилия N_i, которые учитываются через $M_{ij}^в$ в типовой строке системы (III.24).

В симметричных несущих системах число неизвестных может быть значительно сокращено. Так, например, несущая система из 30 вертикальных элементов (рис. III.10) при действии горизонтальной нагрузки в направлении оси Y имеет только шесть неизвестных (см. поз. *1—6* на рис. III.10), так как силы N в элементах, лежащих на оси Z, в силу симметрии равны нулю.

Пространственные несущие системы относятся к классу плоскопараллельных, если взаимно перпендикулярные системы диафрагм не имеют общих точек, не объединяются связями сдвига и если одна из этих систем (например, глухая диафрагма *4* на рис. X.8,*а*) целиком располагается в одной плоскости. Последнее условие означает, что кривая центров кручения тоже будет лежать в этой плоскости и потому совпадающая с ней система диафрагм не будет сопротивляться кручению здания. Сопротивление изгибному кручению будет оказывать

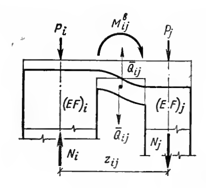
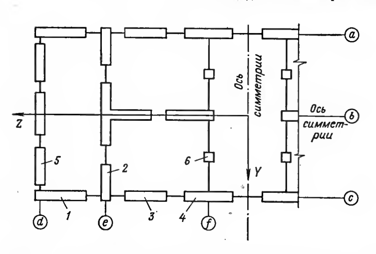


Рис. III.9. Возможная деформация связей между столбами от удельно-неравной вертикальной нагрузки в несущей системе с симметричным планом

Рис. III.10. К определению числа неизвестных в несущей системе, имеющей в плане две оси симметрии



только та система диафрагм, в которой отдельные диафрагмы располагаются в параллельных плоскостях. Это и позволяет рассчитывать обе системы независимо друг от друга.

Так как в плоскопараллельной несущей системе отсутствуют связи сдвига между параллельными конструкциями, а сами эти конструкции не образуют замкнутых контуров, то система уравнений (III.24) с учетом $\hat{z}_{ip}=z_i$ приобретает вид

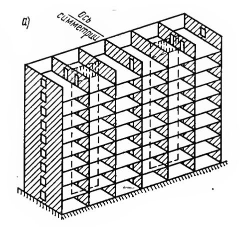
$$N_i^{''}=-\frac{1}{B_z}\sum_{(y)}\pm\frac{1}{s_{ip}}\left(\sum_{f=1}^{n}N_f\,y_f-M_y^0\right)+N_i\sum_{(y)}\frac{k_{ip}}{s_{ip}}-$$

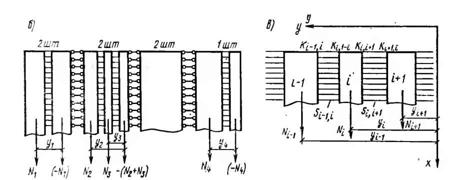
$$-\sum_{(y)}N_p\,\frac{k_{pi}}{s_{ip}}+\sum_{(y)}\frac{M_{ip}^{в}}{s_{ip}\,\bar{B}_{ip}}+\frac{T}{B_{кр}}\sum_{(y)}\pm\frac{z_i}{s_{ip}}, \qquad \text{(III.35)}$$

$$(i=1,\ 2,\ \ldots,\ m),$$

Рис. III.11. Симметричная в плане плоскопараллельная несущая система

а — аксонометрия (пунктиром показана возможная плоская система продольного направления); *б* — плоская расчетная схема поперечной несущей системы; *в* — индексация вертикальных элементов и расчетных величин к формулам (III.37)—(III.39)





причем бимомент T (III.20) упрощается, так как в последнем члене $z_{it}=0$, $\hat{z}_{it}=z_i=z_t$, а $y_{it}=y_i-y_t$:

$$T = M_y^{\text{г}} z_{\text{м}} + \sum_{i=1}^{m} M_{ip}^{\text{в}} z_i + \sum_{i=1}^{m} M_{iy}^{\text{э}} z_i + \sum_{f=1}^{m} N_f y_f z_f, \qquad \text{(III.36)}$$

где обозначения те же, что и для (III.20); суммы с индексом y распространяются на все элементы, объединенные с элементом i связями, параллельными оси y; верхние знаки следует принимать, если связи ip расположены от рассматриваемого элемента в сторону $+y$.

В симметричных в плане плоскопараллельных несущих системах (рис. III.11,*а*) поворот не возникает, т. е. $T=0$, и нет необходимости определять центры жесткостей и изгиба (кручения). Горизонтальные перемещения и углы наклона всех вертикальных конструкций одинаковы, что позволяет перейти от пространственной модели к плоской расчетной схеме

(рис. III. 11,б). Система уравнений (III.35) в этом случае приводится к виду:

$$N_i^* = \sum_{f=1}^{n} N_f \, \delta_{if} + \delta_{iq}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n); \qquad \text{(III.37)}$$

где

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{if} = r_i y_f, \ (f \neq i-1; \ \ f \neq i; \ \ f \neq i+1); \\ &\delta_{i,\,i-1} = r_i y_{i-1} - \frac{k_{i-1,\,i}}{s_{i-1,\,i}}; \\ &\delta_{i,\,i} = r_i y_i + \frac{k_{i,\,i-1}}{s_{i-1,\,i}} + \frac{k_{i,\,i+1}}{s_{i,\,i+1}}; \\ &\delta_{i,\,i+1} = r_i y_{i+1} - \frac{k_{i+1,\,i}}{s_{i,\,i+1}}; \\ &r_i = (1/s_{i,\,i+1} - 1/s_{i-1,\,i})/B; \\ &\delta_{iq} = -r_i M^0 - \frac{M^{\text{в}}_{i-1,\,i}}{s_{i-1,\,i}\,\overline{B}_{i-1,\,i}} + \frac{M^{\text{в}}_{i,\,i+1}}{s_{i,\,i+1}\,\overline{B}_{i,\,i+1}} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.38)}$$

$$k_{i,\,i+1} = \frac{1}{E F_i \, b_{i,\,i+1}}; \quad k_{i+1,\,i} = \frac{1}{E F_{i+1} \, b_{i,\,i+1}}; \qquad \text{(III.39)}$$

$$B = \sum_{i=1}^{n} E J_i; \quad \overline{B}_{i,\,i+1} = \frac{b_{i,\,i+1}}{k_{i,\,i+1} + k_{i+1,\,i}}; \qquad \text{(III.39,a)}$$

$$M^{\text{в}}_{i,\,i+1} = m^{\text{в}}_{i,\,i+1}\, x,$$

где $m^{\text{в}}$ — по формуле (II.3); $s_{i,\,i+1}$ — характеристика податливости связей сдвига по указаниям гл. V; расстояния y_f принимаются для каждой вертикальной несущей конструкции до оси ее крайнего вертикального элемента (см. рис. III.11,б). При этом неизвестные N_k, для которых $y_k = 0$, определяются из условия равенства нулю суммы всех N_i в пределах каждой вертикальной конструкции.

Граничные условия

$$N(0) = 0; \quad N'(H) = 0. \qquad \text{(III.40)}$$

Плоская схема (см. рис. III.11,б) позволяет трактовать плоскопараллельную систему как отдельную многосвязную конструкцию, в которой некоторые ряды связей не сопротивляются сдвигу (шарнирны). Поэтому нет необходимости разграничивать расчет многосвязных конструкций и плоскопараллельных несущих систем. Те и другие решаются с помощью уравнений (III.37).

Действительное направление сил N_i обычно заранее неизвестно, поэтому принимается, что положительное направление соответствует растяжению столбов (см. рис. III.11,б). Решение уравнений определит знак, а значит, и действительное направление сил N_i.

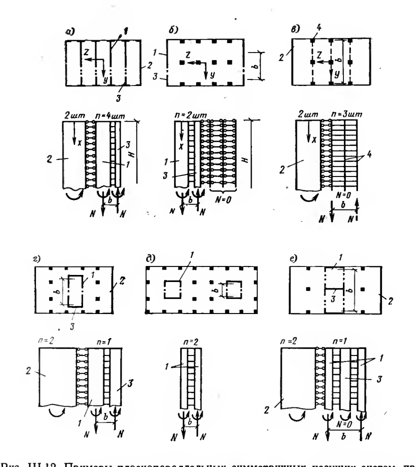


Рис. III.12. Примеры плоскопараллельных симметричных несущих систем, приводящихся к односвязиым, и их плоские схемы при поперечиом ветре

а — с глухими и проемными одинаковыми диафрагмами; *б* — со связевым каркасом и проемными диафрагмами; *в* — с жесткими рамами и глухими диафрагмами; *г, д, е* — со связевыми каркасами, проемными ядрами и глухими диафрагмами; *1, 3* — столбы; *2* — беспроемные диафрагмы (глухие); *4* — колонны

Простейшие несущие системы (рис. III.12) или отдельные односвязные конструкции (см. рис. I.2, *а*, *б*). Система уравнений (III.37) сводится в этих случаях к одному уравнению

$$N'' = N\ (n\,r\,b + k_{12}/s) - N\ (-k_{21}/s) - r\,M^0 + (M^{\text{в}}/s\,\overline{B}).$$

Подставляя в него из (III.38) значение r и обозначая

$$\lambda = \sqrt{(k + n\,b/B)/s} = \sqrt{k\,B^0/s\,B}\,; \qquad \text{(III.41)}$$

$$k = k_{12} + k_{21} = (1 + \beta)/E\,F_2\,b;\quad \beta = E\,F_2/E\,F_1; \qquad \text{(III.42)}$$

$$B^0 = B + n\,b/k = B + n\,\overline{B}, \qquad \text{(III.43)}$$

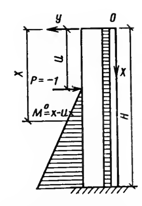


Рис. III.13. Схема действия сосредоточенной горизонтальной силы на несущую конструкцию

получим для действия горизонтальной и вертикальной распределенных нагрузок

$$N'' - \lambda^2 N = (M^{в}/\overline{B} - M^0/B)/s. \qquad (III.44)$$

В этих формулах: n — число односвязных (или двухсвязных симметричных) конструкций во всей несущей системе (рис. III.12); очевидно, при расчете отдельной вертикальной несущей конструкции $n=1$, остальные обозначения те же, что и к формулам (III.7), (III.8) и (III.37)—(III.40).

Угол наклона найдем, подставляя в (III.3) α_1 по выражению (III.8) и α_2 согласно рис. III.4 и формуле (V.1):

$$\alpha_2 = s\,Q_{п} = s\,N'. \qquad (III.45)$$

Приняв во внимание, что в (III.8) для симметричных плоскопараллельных систем $\overline{z_{ip}} = \overline{z_{pi}} = 0$, получим:

$$\alpha = s\,N' + k\int\limits_x^{н} (N + M^{в}/b)\,dx. \qquad (III.46)$$

Прогиб определяем по формулам (I.6) или (I.8), интегрируя (III.46) после подстановки в него $N(x)$ из решения уравнения (III.44).

Заменяя в (III.46) N через α, исходя из условия равновесия

$$\Sigma M_i = -\alpha'\,B = M^{г} - N\,b, \qquad (III.47)$$

получим [23] другую форму дифференциального уравнения (при действии горизонтальной распределенной нагрузки)

$$\alpha'' - \lambda^2\,\alpha = (k/s\,B)\int\limits_{н}^{x} M^{г}\,dx - Q^{г}/B. \qquad (III.48)$$

Продифференцировав это уравнение по x и заменяя α' на y'' и α''' на y^{IV}, найдем уравнение прогибов

$$y^{IV} - \lambda^2\,y'' = k\,M^{г}/s\,B - Q^{г\prime}/B, \qquad (III.49)$$

что совпадает с уравнением (28.11) прогиба двухветвевого составного стержня [62].

При действии горизонтальной сосредоточенной силы $P = -1$ в любом сечении по высоте односвязной несущей конструкции (рис. III.13), согласно (III.44),

$$\left.\begin{aligned} &N'' - \lambda^2 N = 0, \quad (x \leqslant u); \\ &N'' - \lambda^2 N = (u - x)/s\,B, \quad (x > u). \end{aligned}\right\} \qquad (III.50)$$

В рамах (рис. I.2,г), согласно исходным предпосылкам, колонны не воспринимают изгиб, как консоли, т. е. $\Sigma M_i = 0$. Поэтому из (III.47)

$$N = M^{г}/b; \quad N' = Q^{г}/b. \qquad (III.51)$$

Подставляя эти значения в (III.46), находим α и остальные нужные величины.

§ 3. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ НЕСУЩИХ СИСТЕМ И ОТДЕЛЬНЫХ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

Общие принципы. Плоскопараллельные, симметричные в плане несущие системы любой сложности так же, как и отдельные многосвязные вертикальные несущие конструкции с любым практически возможным числом различных вертикальных элементов рассчитываются в общем случае путем решения на ЭВМ системы дифференциальных уравнений (III.37) с граничными условиями (III.40).

Во многих случаях, когда порядок системы уравнений (III.37) невысок (2—3 неизвестных), задача может быть решена непосредственным сведением дифференциальных уравнений к алгебраическим, путем замены второй производной вторыми разностями во всех точках m (рис. III.14) по выражению

$$u''_m = (u_{m+1} - 2u_m + u_{m-1})/h^2. \qquad (III.52)$$

Рис. III.14. К решению систем дифференциальных уравнений методом конечных разностей

В краевых точках для удовлетворения граничных условий (III.40) введем «отраженные» значения (см. пунктир на рис. III.14) вниз и вверх от границ $t=1$ и $t=0$. Обозначим эти «отраженные» значения u^*_i. Как видно из рисунка, условие $u(0) = u_м = 0$ удовлетворяется, если $u^*_{м-1} = -u_{м-1}$, и, следовательно, согласно (III.52), при $t=0$ $(x=0)$:

$$\left. \begin{aligned} u''_м &= (u^*_{м-1} - 0 + u_{м-1})/h^2 = 0; \\ u''_{м-1} &= (0 - 2u_{м-1} + u_{м-2})/h^2. \end{aligned} \right\} \qquad (III.53)$$

Условие $u'(1) = 0$ обеспечивается, если $u_1 = u^*_1$ (рис. III.14), поэтому при $t=1$ $(x=H)$, согласно (III.52),

$$u''_0 = (u_1 - 2u_0 + u^*_1)/h^2 = 2(u_1 - u_0)/h^2. \qquad (III.54)$$

Алгебраическая система уравнений будет содержать число неизвестных значений N_{jm}, равное произведению числа расчетных уравнений M на число неизвестных функций n в исходной системе дифференциальных уравнений (см. пример 16 в гл. X).

Симметричные в плане несущие системы с двумя неизвестными силами N. Учет числа однотипных конструкций. Для несущих систем, содержащих всего два неизвестных усилия N_i (см. рис. III.15), которые рассчитываются с помощью системы уравнений (III.37), решение может быть получено в замкнутой форме:

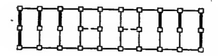


Рис. III.15. Схема плана симметричной плоскопараллельной несущей системы каркасного здания и условно плоская поперечная расчетная схема (пунктиром показаны плоские продольные системы)

$$N_1 = \frac{m_1}{k_1}\ \mu_2^2\, m_2 + \mu_1^2\, m_3 + \left[M^{\text{г}}\ (x) - \left(w_2 + \frac{1}{\mu_2^2} \right)\ q\ (x) \right] / k_1\, B^0; \quad \text{(III.55)}$$

$$M_i = -\,\mu_1^2\, \mu_2^2\, B_i\, m_1 \left[\left(\frac{s_1}{k_1} - \frac{1}{\mu_1^2} \right) m_2 + \left(\frac{s_1}{k_1} - \frac{1}{\mu_2^2} \right) m_3 \right] + \frac{B_i}{B^0} \left[M^{\text{г}}\ (x) + \left(\frac{s_1}{k_1} - \frac{1}{\mu_2^2} - w_2 \right) q\ (x) \right], \quad \text{(III.56)}$$

где $m_1 = q\ [B^0\ (\mu_2^2 - \mu_1^2)]^{-1}$; (a)

$$m_2 = w_2\ \text{ch}\ \mu_1\, x + \left[\frac{H}{\mu_1} \left(\frac{a+1}{2} \right) \left(1 - \frac{k_1\, B^0}{s_1\, \mu_2^2\, B} \right) + w_2 \left(\frac{a-1}{\mu_1\, H} - \text{sh}\ \mu_1\, H \right) \right] \text{sh}\ \mu_1\, x / \text{ch}\ \mu_1\, H; \quad \text{(б)}$$

$$m_3 = -\,w_1\ \text{ch}\ \mu_2\, x - \left[\frac{H}{\mu_2} \left(\frac{a+1}{2} \right) \left(1 - \frac{k_1\, B^0}{s_1\, \mu_1^2\, B} \right) + w_1 \left(\frac{a-1}{\mu_2\, H} - \text{sh}\ \mu_2\, H \right) \right] \text{sh}\ \mu_2\, x / \text{ch}\ \mu_2\, H; \quad \text{(в)}$$

$$w_1 = \frac{2\mu^2}{\rho^4} - \frac{s_2}{k_2} - \frac{1}{\mu_1^2}; \quad w_2 = \frac{2\mu^2}{\rho^4} - \frac{s_2}{k_2} - \frac{1}{\mu_2^2}; \quad (г)$$

$$\mu_1 = \sqrt{\mu^2 - \sqrt{\mu^4 - \rho^4}}; \quad \mu_2 = \sqrt{\mu^2 + \sqrt{\mu^4 - \rho^4}}; \quad (д)$$

$$\mu^2 = 0{,}5\ (\lambda_1^2 + \lambda_2^2); \quad \rho^4 = \lambda_1^2\,\lambda_2^2 - \frac{b_1\,b_2}{s_1\,s_2\,B^2}; \quad (е)$$

$$\lambda_i = \sqrt{(k_i + b_i/B)/s_i}; \quad (III.57)$$

$$B^0 = B + \frac{b_1}{k_1} + \frac{b_2}{k_2}. \quad (III.58)$$

N_2 найдем из первого уравнения системы (III.37)

$$N_2 = [s_1 B\ (N_1'' - \lambda_1^2 N_1) + M^{г}])/b_2 \quad (III.59)$$

или после определения M_i исходя из условия равновесия

$$N_2 = (M^{г} - \Sigma M_i - N_1 b_1)/b_2. \quad (III.60)$$

По формулам для N_i (III.55), (III.59) и (III.60) усилие определяется суммарно для всех конструкций одного типа, поэтому параметры s и k, характеристики λ и жесткости элементов надо вычислять с учетом фактического числа однотипных конструкций в несущей системе (см. пример 8 в гл. X). Для системы по рис. III.11 в уравнениях (III.37)—(III.38)

$$B = 2\ (B_{11} + B_{21}) + 2\ (B_{12} + B_{22} + B_{32}) + 2B_3 + B_{14} + B_{24}.$$

Соответственно параметры s и k для n однотипных диафрагм с перемычками, согласно (V.11) и (III.42), будут равны:

$$s = h\,l^3/12\,n\,B_{п}\,b; \quad k = (1 + \beta)/n\,E\,F_2\,b.$$

Характеристика λ при этом сохраняет, очевидно, значение (III.57).

Найденные усилия делятся поровну между всеми однотипными конструкциями заданной несущей системы.

Перерезывающая сила в дискретной сдвиговой связи

$$\overline{Q}_{i,\ i+1} = \frac{h}{n} \sum_{f=1}^{i} N_f', \quad (III.61)$$

где Σ в пределах данной вертикальной несущей конструкции. Поперечная сила в столбах или глухих диафрагмах согласно [23]

$$Q_i = M_i' + \frac{\overline{Q}_{i-1,\ i}}{h_{i-1,\ i}}\,u_{i-1,\ i} + \frac{\overline{Q}_{i,\ i+1}}{h_{i,\ i+1}}\,(l_{i,\ i+1} - u_{i,\ i+1}) - p_i^0\,e_i, \quad (III.62)$$

где h — расстояние между связями по высоте здания; $u_{i-1,i}$ — расстояние от точки перегиба связи $(i-1,\ i)$ до центра тяжести элемента i; p_i^0 — погонная вертикальная распределенная нагрузка элемента i; e_i — эксцентриситет этой нагрузки относительно центра тяжести элемента i.

Простейшие плоскопараллельные симметричные несущие системы, содержащие по одной неизвестной функции $N(x)$ и односвязные несущие конструкции. Усилие $N(x)$ (рис. III.12) определяется решением дифференциальных уравнений (III.44) и (III.50) в зависимости от вида нагрузки.

При действии горизонтальной нагрузки распределенной по закону трапеции (см. рис. II.3) нормальная сила в одном столбе или колонне согласно (III.44) и (III.40) равна:

$$N(x) = \frac{1}{k B^0}\left[M^{\text{г}}(x) + \frac{q\,(A \operatorname{sh} \lambda x + \operatorname{ch} \lambda x) - q(x)}{\lambda^2}\right], \quad \text{(III.63)}$$

где k — по формуле (III.42), причем для двухсвязных симметричных конструкций и для несущих систем, содержащих такие конструкции, принимается b, равное расстоянию между осями крайних вертикальных элементов (см. например, рис. III.12, *в, е*); q и $q(x)$ — по формуле (II.12)*; $M^{\text{г}}$ — по (II.14)

$$A = \left(\frac{a-1}{\lambda H} + \frac{a+1}{2}\,\lambda H - \operatorname{sh} \lambda H\right) \Big/ \operatorname{ch} \lambda H, \quad \text{(III.64)}$$

где λ — по (III.41); B^0 — по (III.43).

Изгибающий момент в сечении x столба i

$$M_i(x) = \frac{B_i}{B^0}\left\{M^{\text{г}}(x) - \frac{n\overline{B}}{\lambda^2 B}\,[q\,(A \operatorname{sh} \lambda x + \operatorname{ch} \lambda x) - q(x)]\right\}. \quad \text{(III.65)}$$

Однако проще определить $M_i(x)$ из условий равновесия, поскольку $N(x)$ уже известна:

$$M_i = B_i(M^{\text{г}} - n N b)/B^{**}. \quad \text{(III.66)}$$

Перерезывающая сила в перемычках или иных связях сдвига

$$\overline{Q}_{\text{п}} = N' h = \frac{h}{k B^0}\left[Q^{\text{г}} + \frac{q}{\lambda}\left(A \operatorname{ch} \lambda x + \operatorname{sh} \lambda x - \frac{a-1}{\lambda H}\right)\right]. \quad \text{(III.67)}$$

В формулах (III.64)—(III.67): a — отношение интенсивности нагрузки на уровне земли к нагрузке вверху здания, определяемое по (II.5); $\overline{B}$ — по формуле (III.39,а).

Гиперболические функции берутся (с точностью не менее чем до 5 знаков) из таблиц, имеющихся, например в [68], для значений безразмерного аргумента λx и λH.

Поперечная сила в столбе i [23, 34]

$$Q_i = \frac{Q^{\text{г}} B_i}{B} + \frac{\overline{Q}_{\text{п}}}{h}\left(u_i - \frac{n b B_i}{B}\right), \quad \text{(III.68)}$$

где $Q^{\text{г}}$ и $\overline{Q}_{\text{п}}$ — определяются для рассматриваемого сечения соответственно по формулам (II.13) и (III.67) (см. пример 7 в гл. X).

---

* Напомним, что, согласно принятой системе координат, численное значение нагрузки q и $q(x)$ подставляется во все формулы со знаком «минус».

** Здесь и далее в целях упрощения записи опускаем знак x при переменных M, N, Q и пр. и сохраним его только в тех случаях, когда надо будет особо подчеркнуть функциональный характер этих переменных, например при $q(x)$ во избежание совпадения с q.

Прогиб в любом сечении определится согласно (I.8) интегрированием угла наклона (III.46) с учетом (III.63):

$$\overline{y} = \int_x^H \alpha\, d x = \overline{y}^0 + \frac{n \overline{B}}{\lambda^2 B^0 B} \left\{ \frac{q}{\lambda^2} \left[\operatorname{ch} \lambda H - \operatorname{ch} \lambda x + A\, (\operatorname{sh} \lambda H - \operatorname{sh} \lambda x) + (1 - a) \left(1 - \frac{x}{H}\right) \right] + M^{\text{г}}\,(H) - M^{\text{г}}\,(x) \right\}, \quad \text{(III.69)}$$

где $\overline{y}^0$ — консольный прогиб в сечении x несущей конструкции с абсолютно жесткими связями сдвига

$$\overline{y}^0 = - \frac{q H^4}{120 B^0} \left[4a + 11 + (a - 1) \left(\frac{x}{H}\right)^5 + 5 \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 5\,(3 + a)\, \frac{x}{H} \right]. \quad \text{(III.70)}$$

Прогиб верха при $x=0$

$$f = f^{\text{г}} + \frac{n \overline{B}}{\lambda^2 B^0 B} \left\{ \frac{q}{\lambda^2}\, [\operatorname{ch} \lambda H + A \operatorname{sh} \lambda H - a] + M^{\text{г}}\,(H) \right\}, \quad \text{(III.71)}$$

где $f^{\text{г}}$ — по формуле (II.15), а $B^0 = EJ^0$ — по (III.43).

С учетом формулы (IV.55) прогиб после определения N можно вычислить проще:

$$\overline{y} = \overline{y}^0 + \frac{n b}{\lambda^2 B}\, [N\,(H) - N\,(x)]. \quad \text{(III.72)}$$

На рис. X.2 построены для примера эпюры усилий и прогибов при разных λH и $\xi = B/B^0$. Величина ξ существенно влияет, как и параметр λH, на усилия в диафрагме или иной несущей конструкции, однако если λH изменяется в больших пределах, то ξ для отдельных диафрагм чаще всего колеблется между 0,25 и 0,15.

Если $\lambda H \geqslant 3$, то с достаточной для практических расчетов точностью усилия в заделке диафрагмы ($x=H$):

$$M_i = \frac{B_i}{B^0} \left(M^{\text{г}} - \frac{n \overline{B}}{B}\ \frac{A_1 q}{\lambda^2} \right); \quad \text{(III.73)}$$

$$N = \frac{1}{k B^0} \left(M^{\text{г}} + \frac{A_1 q}{\lambda^2} \right); \quad \text{(III.74)}$$

прогиб вершины

$$f = f^{\text{г}} + \frac{n \overline{B}}{\lambda^2 B^0 B} \left(\frac{A_1 q}{\lambda^2} + M^{\text{г}} \right). \quad \text{(III.75)}$$

В формулах (III.73)—(III.75):

$$M^{\text{г}} = M^{\text{г}}\,(H) = - \frac{(a + 2)\, q H^2}{6} \quad \text{(III.76)}$$

$$A_1 = \frac{a + 1}{2}\, \lambda H + \frac{a - 1}{\lambda H} - a. \quad \text{(III.77)}$$

На рис. X.2 показаны эпюры $\overline{Q_п}$, построенные по формуле (III.67). Максимальное значение этой силы (при $\xi=0{,}2$ и $\lambda H>$ >3) соответствует сечению, которое можно найти по графику (рис. III.16).

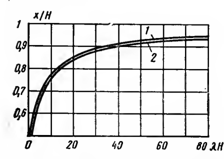


Рис. III.16. График значений x/H, соответствующих наибольшей перерезывающей силе в перемычке при различных λH

$1 - a=1$; $2 - a=0{,}5$

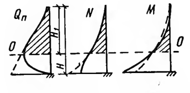


Рис. III.17. Схема эпюр перерезывающих сил в перемычках, нормальных сил и моментов в столбах диафрагмы с проемами

0—0 — граница влияния проемов на усилия в столбах диафрагмы и в перемычках (заштрихованы участки эпюр, совпадающие с эпюрами сплошной диафрагмы без проемов)

При этом

$$_{\max}\overline{Q}_п \approx \frac{h}{k\,B^0}\left[Q^г + \frac{q\,H\,(a+1)}{2\,e^{\lambda\,(H-x)}}\right], \qquad \text{(III.78)}$$

где $Q^г = Q^г(x)$ — определяется для найденного по графику значения x, и это же значение x подставляется в показатель степени e.

Выражение (III.74) можно представить в виде

$$N_{\max} \approx c_a\,Q^г\,H/2\,k\,B^0. \qquad \text{(III.79)}$$

Значения коэффициентов c_a при $\xi=0{,}2$ приведены в табл. III.1.

Таблица III.1

Коэффициент	λH					
	5	7	10,5	14	21	28
c_1	0,68	0,755	0,828	0,867	0,91	0,931
$c_{0,5}$	0,764	0,852	0,932	0,975	1,019	1,041
$c_{0,3}$	0,820	0,915	0,990	1,042	1,087	1,110
$c_{0,2}$	0,847	0,948	1,027	1,081	1,126	1,150

Формулы (III.63) и (III.65) близки по своей структуре, и после преобразования их относительно ΣM и Nb приобретают следующий вид (для одной диафрагмы, т. е. при $n=1$):

$$\left.\begin{aligned} \Sigma M &= M^г\,\xi - D; \\ N\,b &= \frac{M^г\,\overline{B}}{B^0} + D, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.80)}$$

где

$$D = \overline{B}[q\,(A\,\mathrm{sh}\,\lambda\,x + \mathrm{ch}\,\lambda\,x) - q\,(x)]/\lambda^2 B^0. \qquad \text{(III.81)}$$

Рис. III.18. Эпюры N, M и $\overline{Q}_п$ в односвязной диафрагме с учетом дискретного расположения связей

а — эпюры; *б* — деталь скачка в эпюре M; *в* — расчетная схема для определения ΔM

Первый член правой части выражений (III.80) соответствует диафрагме с абсолютно жесткими связями. Второй член вносит поправку, связанную с податливостью связей.

Как видно из рис. III.17, на большом участке высоты здания H влияние вторых членов практически не сказывается. Это позволяет в приближенных расчетах для сечений диафрагм от $x=0$ до сечения, соответствующего $\overline{Q}_{п\,max}$, принять распределение $M^г$ таким, как в диафрагме сплошного сечения, т. е.

$$\left.\begin{aligned} M_i &\approx \frac{M^г}{B^0} B_i; \\ N &= \frac{M^г \overline{B}}{b B^0}. \end{aligned}\right\} \qquad (III.82)$$

Для участков ниже этого сечения можно принимать: N_{max} (III.79), M_{max} по (III.66) при $N=N_{max}$ и $n=1$.

Перерезывающая сила в перемычках, расположенных выше той, в которой эта сила максимальна:

$$\overline{Q}_п \approx Q^г h/k B^0. \qquad (III.83)$$

Эти результаты хорошо подтверждаются многочисленными экспериментами [3, 80 и др.].

Эпюры на рис. X.2 построены в предположении непрерывного распределения связей сдвига по высоте диафрагмы. Поэтому они имеют вид гладких кривых. В действительности связи расположены сосредоточенно, и потому эпюры будут изображаться ломаными линиями (рис. III.18).

Поправка к M_i (III.65) или (III.66) за счет местного момента (рис. III.18,*б, в*) или полный момент в колонне

$$\pm \Delta M = 0{,}5\, \overline{Q}_{п}\, u \quad (\text{или } 0{,}5\, \overline{Q}_{п}\, v).$$

Изгибающие моменты в местах заделки перемычек или ригелей

$$M_{п} = \overline{Q}_{п}\; 0{,}5\, l.$$

Одно- и двухпролетные рамы при одинаковых пролетах можно рассчитывать исходя из (III.51). Так, при действии горизонтальной распределенной нагрузки, подставляя N (III.51) и N' в (III.46), найдем угол наклона рамы

$$\alpha = \frac{k}{b} \int_{x}^{H} M^{г}\, d\,x + \frac{s}{b}\, Q^{г}, \tag{III.84}$$

откуда прогиб рамы в сечении x согласно (I.8)

$$\overline{y} = \overline{y}^{0} + \frac{s}{b}\, [M^{г}\,(H) - M^{г}\,(x)], \tag{III.85}$$

причем $\overline{y}^{0}$ определяется по (III.70) с заменой B^{0} на $n\overline{B}$.

Расчетные формулы для действия удельно-неравной внецентренной вертикальной нагрузки даны в приложении.

При действии горизонтальной сосредоточенной силы (рис. III.13), интегрируя (III.50), найдем:

$$\left.\begin{aligned} N_{(x<u)} &= \frac{\operatorname{ch}\,(\lambda\, H - \lambda\, u) - 1}{\lambda\, k\, B^{0}\, \operatorname{ch}\, \lambda\, H}\; \operatorname{sh}\, \lambda\, x; \\ N_{(x>u)} &= [\operatorname{sh}\, \lambda\, u\; \operatorname{ch}\, \lambda\, x - \\ &- (1 + \operatorname{sh}\, \lambda\, u\; \operatorname{sh}\, \lambda\, H)\; \operatorname{sh}\, \lambda\, x / \operatorname{ch}\, \lambda\, H + (x - u)\; \lambda] / \lambda k B^{0}. \end{aligned}\right\} \tag{III 86}$$

В формулах (III. 86) и в дальнейших, относящихся к случаю действия единичной сосредоточенной силы, уже учтено, что эта сила в наших координатах равна —1.

Прогиб в сечении $x \geqslant u$ найдем, согласно (I.8) и (III.46),

$$\overline{y} = \frac{1}{B^{0}} \left\{ \frac{\overline{B}}{\lambda^{3}\, B} \left[\frac{\operatorname{sh}\, \lambda\, x - [\operatorname{ch}\, (\lambda\, H - \lambda\, x) - 1]\; \operatorname{sh}\, \lambda\, u}{\operatorname{ch}\, \lambda\, H} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \operatorname{th}\, \lambda\, H + \lambda\; (H - x) \right] + (H - x)^{2} \left(\frac{x - u}{2} + \frac{H - x}{3} \right) \right\}. \tag{III.87}$$

При $x < u$ прогиб определяется по (III. 87) с заменой x на u, и наоборот. В случае $u = 0$ перемещение (прогиб) верха здания

$$f = \frac{1}{B^{0}} \left[\frac{\overline{B}}{\lambda^{3}\, B}\; (\lambda\, H - \operatorname{th}\, \lambda\, H) + \frac{H^{3}}{3} \right]. \tag{III.87,a}$$

Несущие системы, не имеющие связей сдвига. Консольная расчетная модель (см. гл. I). В таких системах все $N_i=0$, и потому, исходя из (III.30), имеем

$$M_{iy}(x)=B_{iz}(M_y^0/B_z+z_i T/B_{\text{кр}}),\qquad (III.88)$$

где

$$T=M_y^{\text{г}} z_{\text{м}}-M_z^{\text{г}} y_{\text{м}}+\Sigma(M_{iy}^{\text{э}} z_i-M_{iz}^{\text{э}} y_i).\qquad (III.89)$$

Поперечная сила в любом столбе i равна производной от изгибающего момента, а если столб сжат с эксцентрицитетом, то $Q_i=M_i'-m_i^{\text{э}}$.

Прогиб определяется по (III.32), в котором:

$$v_y^0=\left[\frac{4a+11}{20(a+2)}M_y^{\text{г}}(H)+\frac{M_y^{\text{э}}(H)}{3}\right]\frac{H^2}{B_z},\qquad (III.90)$$

$$\overline{\theta}(0)=\theta(H)=\frac{H^3}{3B_{\text{кр}}}\left[\frac{4a+11}{40}(q_z y_{\text{м}}-q_y z_{\text{м}})H+\right.$$
$$\left.+\sum_{i=1}^{n}(m_{iy}^{\text{э}} z_i-m_{iz}^{\text{э}} y_i)\right].\qquad (III.91)$$

Дополнительный прогиб от податливости основания, равный $\frac{M_i(H)}{B_{\text{ф}}}H$ может быть добавлен к прогибу, найденному по (III.32), и совместность перемещений всех диафрагм и распределение усилий между ними сохраняется, если удовлетворено условие

$$B_{\text{ф}\,i}/B_i=B_{\text{фк}}/B_k=\text{const},\qquad (III.92)$$

где $B_{\text{ф}}=I_{\text{ф}}c$ — жесткость подошвы фундамента; c — краевая осадка по формуле (II.37).

Несимметричная в плане несущая система, образованная столбами, имеющими сложный профиль поперечного сечения (угловые, швеллерные, двутавровые и т. п.), рассчитывается, как указано в § 1 гл. III (см. пример 15 в гл. X).

Системы, образованные разнотипными диафрагмами, не имеющими общих точек. Центр кручения. Если в пространственной несущей системе диафрагмы различного направления не имеют общих точек (рис. III.19), расчет может быть выполнен путем распределения полного изгибающего момента между отдельными диафрагмами [30, 34].

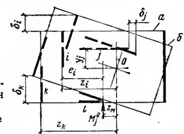


Рис. III.19. Несущая система с разнотипными диафрагмами, не имеющими общих точек

а — до загружения; *б* — поворот в плане после загружения

Поступательные смещения (плоский изгиб) и повороты в плане вокруг центра кручения рассматриваются раздельно.

Усилия $\overline{N}$ и $\overline{M}$, возникающие при плоском изгибе по Y и по Z, определяются решением систем уравнений (III. 37) для соответствующих плоских расчетных схем. Доля полного внешнего момента, приходящаяся на любую диафрагму i, при плоском изгибе будет равна:

$$\overline{M}_i^0 = \Sigma\ (\overline{M} + \overline{N}\,b)_i. \qquad \text{(III.93)}$$

Суммирование производится по всем вертикальным элементам, входящим в проемную конструкцию i; для глухих диафрагм $\overline{M}^0 = \overline{M}$.

Далее будем считать результаты этого этапа расчета в виде (III. 93) известными для всех проемных и глухих диафрагм заданной несущей системы. Так как центр кручения лежит вне плоскости действия внешнего момента (см. рис. III.19,*а*), создается поворот перекрытий в плане (рис. III.19,*б*) и в несущих конструкциях возникают дополнительные перемещения и усилия. Полный изгибающий момент $M_{\text{к}}^0$, воспринимаемый конструкцией K, будет слагаться из $\overline{M}_{\text{к}}^0$ от поступательного смещения и $\hat{M}_{\text{к}}^0$ от поворота, так что

$$M_{\text{к}}^0 = \overline{M}_{\text{к}}^0 + \hat{M}_{\text{к}}^0. \qquad \text{(III.94)}$$

Второй этап расчета состоит в определении $\hat{M}_{\text{к}}^0$, вызванного поворотом.

Согласно [30, 34], например, для действия момента M_y^0

$$\hat{M}_k^0 = M_y^0\, z_{\text{м}}\, \overline{M}_k^0\, z_k / C_{\text{кр}}, \qquad \text{(III.95)}$$

где

$$C_{\text{кр}} = \sum_{i=1}^{m} \overline{M}_i^0\, z_i^2 + \varkappa \sum_{j=1}^{n} \overline{M}_j^0\, y_j^2; \qquad \text{(III.96)}$$

$$\varkappa = \overline{M}_i\ (H)\ B_j / \overline{M}_j\ (H)\ B_i. \qquad \text{(III.97)}$$

При действии M_z^0 надо заменить в (III.95) $M_y^0 z_{\text{м}}$ на $M_z^0 y_{\text{м}}$. При определении моментов от кручения в конструкциях, параллельных плоскости ZX, надо (III.95) умножить на $\varkappa$.

Так как все $\overline{M}_i^0$ и $\varkappa$ известны из первого этапа расчета, то для пользования формулой (III.95) надо знать только положение центра кручения, от которого зависят расстояния $z_{\text{м}}$, $z_{\text{к}}$ и т. п. (см. рис. III.19).

Центр кручения в каждом из рассматриваемых уровней согласно [30] определяется координатами

$$z_м (x) = \sum_{i=1}^{m} \overline{M}_i^0 e_i / M_y^0 ;$$

аналогично

$$y_м (x) = \sum_{j=1}^{n} \overline{M}_j^0 e_j / M_z^0 . \qquad (III.98)$$

Формулы (III. 98) представляют собой обобщение выражений для координат центра жесткостей несущей системы, образованной только глухими диафрагмами. Действительно, для глухих диафрагм

$$\overline{M}_i^0 = M_y^0 B_i / B; \quad \overline{M}_j^0 = M_z^0 B_j / B.$$

Подставив эти значения в (III. 98), получим координаты центра жесткостей системы глухих диафрагм (III. 1).

Во все формулы координаты z_i, y_i, $z_м$ и т. п. подставляются со своими знаками в соответствии с направлением координатных осей.

Усилия в любом вертикальном элементе p конструкции $к$ будут:

$$N_{pк} = \frac{\overline{N}_{pк}}{\overline{M}_к^0} M_к^0 ; \quad M_{pк} = \frac{\overline{M}_{pк}}{\overline{M}_к^0} M_к^0 . \qquad (III.99)$$

Линия центров кручения представляет собой в общем случае пространственную кривую, координаты которой (III. 98) являются функцией x, поскольку они выражаются через изгибающие моменты $\overline{M}_i^0$, изменяющиеся по высоте здания. Для систем, разделяющихся на две независимые плоскопараллельные, линия центров кручения становится плоской кривой и лежит в плоскости одной из двух взаимно перпендикулярных систем диафрагм (см. пример 16 гл. X и рис. X.8,*б*). Для систем, образуемых только глухими диафрагмами, линия центров кручения вырождается в вертикальную прямую центров жесткостей.

Многие частные случаи рассмотрены в [30, 34].

ГЛАВА IV. КРУЧЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ЗАМКНУТЫЕ В ПЛАНЕ КОНТУРЫ

§ 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ КРУЧЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ЗАМКНУТЫЕ В ПЛАНЕ КОНТУРЫ

Если несущая система образует замкнутые в плане контуры и при этом подвергается кручению, бимомент T не может быть выражен как явная функция сил N_i (III. 20), так как при повороте такой системы в плане нет прямой зависимости между не-

нзвестными силами $N_i(x)$ н углом закручивання $\theta(x)$. Это положение иллюстрнрует рис. IV.I. Если показанная на этом рисунке система имеет две осн симмметрни, то прн ее закручивании все Q_{ij} равны между собой и не равны нулю (так же, как н угол поворота θ), а все N_i равны нулю, так как Q_{ij} в прнмыкающих связях равны н протнвоположны по знаку. В то же время имеется, очевидно, однозначная зависимость между Q_{ij} н θ. Ввиду этого при расчете на кручение систем с замкнутыми контурамн приходнтся бимомент $T(x)$ рассматривать как некоторую функцию кручення, т. е. как еще одно нензвестное, определяемое из дополнительного дифференциального уравнения [34, 56]. Последннй член выражения (III. 20) представляет собой частную форму более общего выражения бимомента T_Q, создаваемого перерезывающими снлами в связях замкнутого контура

$$T_Q = \sum_{ut=1,\,2}^{m,\,1} (y_{ut}\,\hat{z}_{ut} - z_{ut}\,\hat{y}_{ut}) \int_0^x Q_{ut}\, dx. \qquad \text{(IV.1)}$$

Переход от IV.I к той форме T_Q, которая запнсана в последнем члене формулы (III.20), стал возможен благодаря тому, что

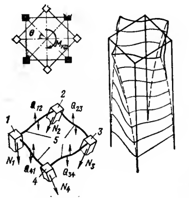
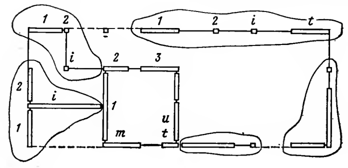


Рис. IV.1. К зависимости между θ, N_i и Q_{ij} при закручивании системы с замкиутым контуром в плаие

Рис. IV.2. Несущая система с иесимметричиым плаиом, сочетающая открытые и замкнутый коитуры



для систем с незамкнутыми контурами согласно условиям равновесия

$$\int_0^x Q_{it}\, d\,x = \sum_{h=1}^{i} N_h, \tag{IV.2}$$

и, следовательно, бимомент T_Q становится явной функцией N.

Для системы с замкнутыми контурами в плане следует пользоваться для T_Q формой записи в виде (IV.I). Подставляя это выражение вместо последнего члена в (III.20) и дважды дифференцируя по x, найдем для системы из m элементов, образующих один замкнутый контур,

$$T'' = -q_y z_{\text{м}} + q_z y_{\text{м}} + \sum_{ut=1,\,2}^{m,\,1} c_{ut}\, Q'_{ut}\,, \tag{IV.3}$$

где Q'_{ut} определяется по формулам (III.25)—(III.29);

$$c_{ut} = y_{ut}\,\hat{z}_{ut} - z_{ut}\,\hat{y}_{ut}; \tag{IV.4}$$

ut — номера любых двух смежиых вертикальных элементов, объединенных связями сдвига.

Если несущая система сочетает в себе замкнутые и открытые контуры (рис. VI.2), дополнительное дифференциальное уравнение приобретает вид

$$T'' = -q_y z_{\text{м}} + q_z y_{\text{м}} + \sum_r \left(\sum_{ut=1,\,2}^{m,\,1} c_{ut}\, Q'_{ut} + \sum_{fg=1,\,2}^{it} c_{fg}\, Q'_{fg} \right), \tag{IV.5}$$

где (см. рис. IV.2): 1, 2,..., u, t,..., m — номер и полное число вертикальных элементов, объедненных связями сдвига в замкнутый контур; 1, 2,..., f, g,..., i — номер и полное число вертикальных элементов в любой их группе, образующей открытый контур, примыкающий к замкнутому, или самостоятельный (на рис. IV.2 эти группы обведены тонкими линиями); сумма с индексом r обозначает суммирование бимоментов T_Q всех групп, образующих открытые и закрытые контуры.

Система уравнений (III.24) — (IV.5) позволяет определить все усилия и перемещения в пространственной несущей системе, образующей в плане произвольное сочетание незамкнутых и замкнутых контуров. Система решается при граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned} &N_t\,(0) = 0;\quad N'_i\,(H) = 0;\quad T\,(0) = 0; \\ &T'\,(H) = Q_y^0 z_{\text{м}} - Q_z^0 y_{\text{м}} - \sum_{i=1}^{n} (m^{\text{э}}_{iy} z_i - m^{\text{э}}_{iz} y_i) - \\ &- \sum_{it=1,\,2}^{m-1,\,m} (m^{\text{в}}_{ipy}\,\hat{z}_{ip} - m^{\text{в}}_{ijz}\,\hat{y}_{ij}). \end{aligned}\right\} \tag{IV.6}$$

Бимомент T_Q (IV. 1) не входит в последнее граничное условие, так как при наличии жесткой заделки в основании перерезывающие силы в связях Q_{ut} на уровне $x=H$ будут равны нулю.

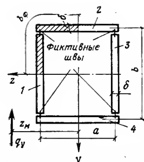


Рис. IV.3. Горизонтальное сечение замкнутого ядра

Если несущая система состоит из одного замкнутого ядра и каркасной обстройки (не сопротивляющейся горизонтальным нагрузкам), расчет может быть выполнен решением системы уравнений (III.24) и (IV.3). В частном случае глухого, беспроемного ядра, загруженного распределенным по высоте крутящим моментом $m = -q_y z_м$, вводя фиктивные швы по рис. IV.3, запишем (IV.3) в развернутом виде

$$T'' = -q_y z_м + \frac{c_{12}}{s_ф}\left(-\frac{1}{|y_{12}|}\right)\left[\frac{T}{B_{кр}}\left(-\bar{z}_{21} y_2 + \hat{z}_{12} |y_{12}|\right)\right] + \\ + \frac{c_{32}}{s_ф}\left(-\frac{1}{|y_{32}|}\right)\left[\frac{T}{B_{кр}}\left(-\bar{z}_{23} y_2 + \hat{z}_{32} |y_{32}|\right)\right] + \frac{c_{43}}{s_ф}\left(-\frac{1}{|y_{43}|}\right) \times \\ \times \left[\frac{T}{B_{кр}}\left(\bar{z}_{43} y_4 + \hat{z}_{43} |y_{43}|\right)\right] + \frac{c_{41}}{s_ф}\left(-\frac{1}{|y_{41}|}\right) \times \\ \times \left[\frac{T}{B_{кр}}\left(\bar{z}_{41} y_4 + \hat{z}_{41} |y_{41}|\right)\right]. \quad (IV.7)$$

Приняв во внимание знаки координат и то, что все $|c_{ik}|$ в замкнутом прямоугольном контуре равны друг другу, получим из (IV.7)

$$T'' = -q_y z_м + \frac{4 c_{12} (\bar{z}_{21} y_2 - \hat{z}_{12} |y_{12}|)}{s_ф |y_{12}| B_{кр}} T. \quad (IV.8)$$

Подставляя в (IV.8) значения величин, входящих в последний член этого выражения, и учитывая, что, согласно (V.21) и рис. IV.3

$$s_ф = \frac{\varkappa \Sigma b_ф}{GF} = \frac{2(a+b)\varkappa}{G 2 (a+b) \delta} = \frac{\varkappa}{G\delta} \quad (IV.9)$$

и для коробчатого сечения, согласно (VI.48),

$$\varkappa = (a+b)/a \quad (IV.10)$$

получим вместо (IV.8)

$$T'' - \frac{G J_d}{B_{кр}} T = -q_y z_м, \quad (IV.11)$$

$$\text{где} \quad J_d = 2a^2 b^2 \delta/(a+b); \quad (IV.12)$$

J_d — момент инерции свободного кручения замкнутого прямоугольного сечения; G — модуль сдвига; $B_{кр}$ — по формуле (III.19) — жесткость стесненного кручения замкнутого прямоугольного сечения; $T = T_\omega$ — изгибно-крутильный бимомент, вызванный стеснением депланации ядра в заделке.

Интересно отметить, что $B_{кр}$ в точности совпадает с известным выражением для секториальной жесткости замкнутого прямоугольного контура $EJ_{\bar{\omega}}/\mu$ (см., например, [68], с. 308). Действительно, подставляя сюда значения числителя и знаменателя, получим:

$$\frac{EJ_{\bar{\omega}}}{\mu}=\frac{E\,a^2\,b^2\,(b-a)^2\,\delta}{24\,(a+b)}\Bigg/\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2=$$

$$=2E\left[\frac{a^3\,\delta}{12}\,\left(\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^3\,\delta}{12}\,\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]=B_{кр}. \qquad \text{(IV.13)}$$

Так как $T_\omega=-B_{кр}\,\theta''$, уравнение (IV.11) может быть преобразовано к виду

$$B_{кр}\,\theta^{IV}-\frac{G\,J_d}{B_{кр}}\,B_{кр}\,\theta''=m, \qquad \text{(IV.14)}$$

что совпадает с известным уравнением углов закручивания, подтверждая точность предложенного здесь метода расчета ядер-стволов с замкнутым контуром и несущих систем, содержащих такие ядра.

В последнем случае в формулах (IV.3) и (IV.5) можно заменять согласно (IV.11) для замкнутых прямоугольных контуров

$$\sum_{ut=1,\,2}^{m,\,1} c_{ut}\,Q'_{ut}=\frac{G\,J_d}{B_{кр}}\,T. \qquad \text{(IV.15)}$$

Расчеты показывают, что при обычных размерах ядер-стволов в многоэтажных зданиях первый член в уравнении (IV.14), т. е. интенсивность изгибно-крутящего момента, имеет существенное значение только вблизи заделки ядра и затухает на высоте, примерно равной ширине ядра. По всей высоте ядра внешний крутящий момент воспринимается практически только за счет чистого кручения. Оставляя в (IV.14) в левой части только второй член, получаем

$$\theta''=-m/G\,J_d, \qquad \text{(IV.16)}$$

т. е. уравнение чистого (свободного) кручения. Таким образом, в практических расчетах несущих систем с ядрами можно пренебрегать собственной секториальной жесткостью замкнутых ядер, вводя в расчет только их жесткость чистого кручения, как это сделано нами в [27].

В данном выводе, разрезая контур на отдельные элементы прямоугольного сечения (см. рис. IV.3), мы принимали в разрезах $s\neq 0$, а $s=s_ф$ с целью учесть сопротивление сечения сдвигу. Это вызвано тем, что в замкнутых контурах влияние сдвига становится основным, так как сдвигающие напряжения чистого (свободного) кручения создаются полным внешним крутящим

моментом, а не его небольшой частью, как это было в открытых сечениях.

Обычно стволы-ядра служат для лестнично-лифтовых и других коммуникаций и потому имеют проемы в стенках. Такие ядра моделируются группой столбов, соединенных связями сдвига (надпроемными перемычками) в замкнутый контур (см. рис. IV.2), причем для учета сдвига следует ввести фиктивные швы с характеристикой податливости $s = s_ф$. Вычислить эту характеристику можно по аналогии с формулами (IV.9), (IV.10) (см. пример 14 в гл. X).

§ 2. ЯДРО-ДИАФРАГМОВЫЕ НЕСУЩИЕ СИСТЕМЫ

Пространственные несущие системы, в которых горизонтальные нагрузки воспринимаются совместно стволами-ядрами и вертикальными глухими диафрагмами (рис. IV.4), назовем ядро-диафрагмовыми. Совместность работы ядер и диафрагм обеспечивается перекрытиями, сопротивляющимися деформированию в своей плоскости. Такие системы содержат замкнутые контуры и потому относятся к классу систем, рассмотренных в § 1 настоящей главы.

При несимметричном плане ядра и диафрагмы изгибаются и скручиваются. Общий внешний крутящий момент воспринимается их сопротивлением чистому и изгибному кручению, а внешний изгибающий момент — сопротивлением изгибу.

Для расчета таких несущих систем примем следующие предпосылки (помимо отмеченных в § 1 гл. III):

а) ввиду очевидной несопоставимости сопротивления чистому кручению ядер и диафрагм последние не оказывают сопротивления чистому кручению;

б) в соответствии с (IV.16) пренебрегаем собственной секториальной жесткостью ядер в сравнении с секториальной жесткостью всей системы $B_{кр}$ относительно общего центра изгиба;

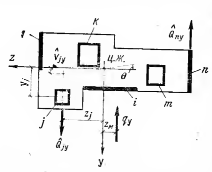


Рис. IV.4. План несущей системы здания с несколькими ядрами и диафрагмами [Ц.Ж. — центр жесткостей (изгиба) системы]

в) колонны и ригели не воспринимают горизонтальную нагрузку («связевый» каркас);

г) ядра и диафрагмы в соответствии с действительной конструкцией фундаментов жестко защемлены в основании;

д) проемы в ядрах учитываются приближенно, как указано в конце данного параграфа.

Для системы глухих ядер и диафрагм, ие объедииенных связями сдвига, уравнеиие (IV.5) с учетом (IV.15) будет записываться так (при действии только горизонтальной иагрузки):

$$T_\omega'' = -q_y z_м + q_z y_м + \sum_r \frac{GJ_d}{B_{кр}} T_\omega. \qquad (IV.17)$$

Обозначая

$$\sum_r \frac{GJ_d}{B_{кр}} = k^2, \qquad (IV.18)$$

получим

$$T_\omega'' - k^2 T_\omega = -m\ (x) \qquad (IV.19)$$

или с учетом (III.31)

$$\theta^{IV} - k^2 \theta'' = m\ (x)/B_{кр}. \qquad (IV.20)$$

Уравнеиия (IV.19) и (IV.20) совпадают по форме с известными уравнениями для бимомеита и угла закручиваиия тонкостениого стержия открытого профиля [14]. Это объясияется тем, что в рассматриваемой системе при прииятых здесь предпосылках так же, как и в тонкостеином стержне открытого профиля, полный виешиий крутящий момеит

$$M = M_{кр} + M_\omega \qquad (IV.21)$$

воспринимается раздельно: $M_{кр}$ — за счет жесткости чистого кручения ΣGJ_d и M_ω — за счет жесткости изгибиого кручения $B_{кр}$. На этой аналогии мы остаиовимся подробнее в § 4.

Уравнеиие (IV.19) решается с граничными условиями (IV.6), а уравнение (IV.20) с граничными условиями

$$\theta\ (0) = \overline{\theta}\ (H) = 0; \quad \theta'\ (H) = 0; \quad \theta''\ (0) = 0;$$
$$\theta'''\ (0) - k^2 \theta'\ (0) = 0. \qquad (IV.22)$$

Первые два условия (IV.22) вытекают из того, что при $x = H$ невозможны коисольный поворот и деплаиация элементов несущей системы ввиду их жесткой заделки в осиоваиие. Третье условие следует из (III.31), так как при распределенной иагрузке бимомеит $T_\omega\ (0) = 0$, четвертое условие получается из (IV.21) ввиду $M(0) = 0$.

Уравиеиия (IV.19) и (IV.20) можно вывести иезависимо от общего решеиия, даииого в § 1 настоящей главы, как это сделано в [27].

Для дальиейших расчетов удобнее иметь решение уравнения (IV.19), так как оно дает непосредственно фуикцию T_ω и ее производные. Решая это уравнение, найдем

$$\omega = C_1 \operatorname{sh} kx + \operatorname{ch} kx + m/k^2, \qquad (IV.23)$$

где произвольные постояниые C_1 и C_2 определяются из последних двух граничных условий (IV.6).

Подставляя значения постоянных в (IV.23), найдем:

$$T_\omega(x) = -\frac{m(0)}{k^2}\left(A_2 \operatorname{sh} kx + \operatorname{ch} kx - \frac{a-1}{H}x - 1\right); \quad (IV.24)$$

$$T'_\omega(x) = -\frac{m(0)}{k}\left(A_2 \operatorname{ch} kx + \operatorname{sh} kx - \frac{a-1}{kH}\right); \quad (IV.25)$$

$$T''_\omega(x) = -m(0)(A_2 \operatorname{sh} kx + \operatorname{ch} kx), \quad (IV.26)$$

где A_2 — по формуле (III.64) с заменой λ на k.

Подставляя (IV.24) в формулу (III.88), найдем полный изгибающий момент в любом сечении любой диафрагмы или ядра от плоского изгиба и от поворота в плане с учетом сопротивления ядер кручению.

Интенсивность крутящего момента в любом ядре $m_{кр}$ найдем исходя из (IV.16) и (III.31), учитывая, что угол закручивания всей системы $\theta(x)$ и каждого ядра, согласно рис. IV.4, будет одинаков:

$$m_{кр\,j} = -\theta''\, G J_{dj} = \frac{T_\omega}{B_{кр}}\, G J_{dj}, \quad (IV.27)$$

где $T_\omega = T_\omega(x)$ определяется по формуле (IV.24).

Крутящий момент в сечении x ядра j получим, интегрируя (IV.27):

$$M_{кр\,j}(x) = \frac{G J_{dj}}{B_{кр}} \int_0^x T_\omega\, dx = \frac{-m(0)}{k}\; \frac{G J_{dj}}{\Sigma G J_{di}} \times$$

$$\times \left[A_2 \operatorname{ch} kx + \operatorname{sh} kx - \left(1 + \frac{a-1}{2H}x\right)kx - \frac{a-1}{kH}\right]. \quad (IV.28)$$

Интенсивность изгибно-крутильного момента m_ω найдем при необходимости из (IV.26) с учетом (III.31):

$$m_\omega = B_{кр}\, \theta^{IV} = -T''_\omega(x). \quad (IV.29)$$

Прогиб верха любой диаграммы или ядра определяется по (III.32), где v_y^0 — по (III.90).

$$\overline{\theta}(0) = \theta(H) = \frac{1}{\Sigma G J_{di}}\left[M_y^{г}(H)\, z_м + \right.$$

$$\left. + \frac{m(A_2 \operatorname{sh} kH + \operatorname{ch} kH) - am}{k^2}\right]. \quad (IV.30)$$

Эпюры усилий для 27-этажного здания $H = 110$ м (рис. IV.5) от единичной равномерно распределенной по высоте условной ветровой нагрузке и $k = 0{,}0333$ 1/м приведены для примера на рис. IV.6.

Приближенный учет влияния проемов на жесткость чистого кручения ядра. Если ядра и диафрагмы имеют проемы в стенках (рис. IV.7), то их сопротивление изгибу и кручению снижается. В таких случаях несущие системы рассчитываются как ука-

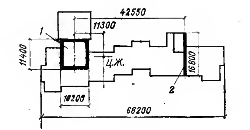
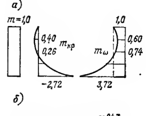


Рис. IV.5. Схематический план несущей системы с одним ядром (*1*) и одной диафрагмой (*2*)



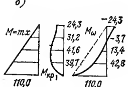


Рис. IV.6. Эпюры

а — интенсивностей моментов чистого кручения в ядре $m_{кр}$ и изгибного кручения m_ω в системе; *б* — моментов чистого кручения в ядре $M_{кр}$ и изгибного кручения M_ω во всей системе (см. рис. IV.5)

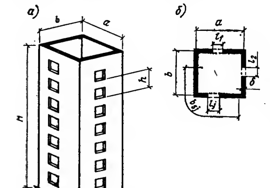


Рис. IV.7. Ядро (ствол) с проемами

а — общий вид; *б* — план

зано в § 1 данной главы. Для расчетов систем, в которых только ядра имеют проемы, можно воспользоваться более простым методом, рассмотренным в настоящем параграфе, если приближенно заменить жесткость чистого кручения беспроемного ядра GJ_{di} приведенной жесткостью $\overline{GJ}_{di}$ ядра с проемами.

Тогда угол закручивания верхнего сечения такого ядра под действием сосредоточенного крутящего момента $M_{кр}=1$

$$\theta = 1\ H/\overline{GJ}_d. \qquad \text{(IV.31)}$$

Представим его как сумму двух углов

$$\theta = \theta_1 + \theta_2, \qquad \text{(a)}$$

где θ_1 — угол закручивания ядра с проемами только за счет сдвига в столбах при недеформируемых перемычках; θ_2 — угол закручивания ядра, обусловленный действительной деформативностью перемычек.

Из (IV.31) с учетом (а) следует

$$\overline{GJ}_d = H/(\theta_1 + \theta_2). \qquad \text{(IV.32)}$$

Согласно определению,

$$\theta_1 = 1\ H/G F_c \rho^2, \qquad \text{(IV.33)}$$

где F_c — площадь ослабленного проемами горизонтального сечения стен ядра; G — модуль сдвига; ρ — радиус (плечо) сдвигающей силы в столбах.

Величину ρ можно найти по аналогии с кругом как отношение площади к полупериметру, т. е. для прямоугольного сечения

$$\rho = ab/(a+b). \tag{IV.34}$$

Угол перекоса перемычек, согласно § 1 гл. V, $\alpha_2 = s_i Q_i$, в то же время $\alpha_2 = \gamma = \rho\theta_2'$, следовательно, перерезывающая сила в i-той перемычке

$$Q_i = \rho\,\theta_2'/s_i. \tag{б}$$

Полная сдвигающая сила по контуру горизонтального сечения ядра при $M_{кр} = 1$ равна: $P = 1/\rho$. При высоте этажа, равной h, эта сила создает момент h/ρ, который уравновешивается суммой моментов перерезывающих сил в перемычках. Для дискретно расположенных перемычек по условиям равновесия

$$h/\rho = \sum_{i=1}^{m} Q_i\, h\, b_{si}, \tag{в}$$

и с учетом (б), сокращая на h, имеем:

$$1/\rho = \rho\,\theta_2' \sum_{i=1}^{m} (b_s/s)_i.$$

Отсюда искомый угол

$$\theta_2 = \theta_2' H = 1\, H/\rho^2 \sum_{i=1}^{m} (b_s/s)_i, \tag{IV.35}$$

где m — число проемов в горизонтальном сечении ядра; s_i — параметр, характеризующий податливость перемычки i с учетом сдвига и изгиба, вычисляется по (V.14) с заменой b_i на b_{si}; b_{si} — расстояние вдоль контура ядра между центрами длины горизонтальных сечений столбов, примыкающих к проему i (см. рис. IV.7,б), так что

$$\sum_{i=1}^{m} b_{si} = 2\,(a+b).$$

Подставляя θ_1 и θ_2 в (IV.32) и сокращая на H, получим формулу приведенной крутильной жесткости проемного ядра

$$\overline{GJ_d} = \frac{\rho^2}{\dfrac{1}{GF_c} + \dfrac{1}{\sum\limits_{i=1}^{m}\left(\dfrac{b_s}{s}\right)_i}}. \tag{IV.36}$$

Эта формула представляет собой упрощенную и уточненную в соответствии с экспериментами форму записи ранее полученных выражений (31) [27] и (III.65,а) [34]. Она дает удовлетворительное совпадение с экспериментом для прямоугольных в плане ядер с разнообразным, в том числе и несимметричным, расположением проемов и разным их числом.

Многоэтажное здание из объемных блоков образуется столбами блоков, объединенных податливыми связями. В здании из объемных блоков нет жестких дисков перекрытий, объединяющих весь этаж в целом; здесь перекрытия жестки только в пределах данного объемно-блочного столба. В соответствии с этим расчетную модель многоэтажного здания из объемных блоков представим в виде группы отдельных объемно-блочных столбов, соединенных связями [28]. На рис. IV.8 в общем объеме здания выделен один из таких столбов.

Связи устанавливаются обычно в горизонтальных швах между блоками. Это вынуждает делать их плоскими, а значит способными воспринимать растяжение, сжатие и сдвиг в горизонтальной плоскости, но не оказывающими существенного сопротивления сдвигу в вертикальных плоскостях.

Примем, что работа связей подчиняется закону Гука и что эти связи непрерывно распределены по высоте столба. Полное пространственное перемещение рассматриваемого столба под действием внешних нагрузок и усилий в связях складывается из изгиба в плоскостях XY и XZ, кручения вокруг оси центров изгиба столба, плоского перемещения поперечных сечений в направлении оси X и депланации этих сечений около плоскости YZ. Согласно сформулированной выше предпосылке о работе межстолбовых связей, перемещения в направлении оси X совершаются без сопротивления связей и могут быть найдены независимо для каждого столба исходя из вертикальных (осевых) нагрузок, действующих непосредственно на данный столб. Остальные перемещения зависят друг от друга и от усилий в связях. Условия взаимозависимости этих величин могут быть представлены с учетом [13] системой дифференциальных уравнений (рис. IV.9):

$$B_{yi}\,\xi_i^{IV} = q_{zi} + \sum_{k=1}^{l} r_{ik} + \sum_{j=1}^{m} p_{ij}; \tag{IV.37}$$

$$B_{zi}\,\eta_i^{IV} = q_{yi} + \sum_{k=1}^{l} p_{ik} + \sum_{j=1}^{m} r_{ij}; \tag{IV.38}$$

$$B_{\omega i}\,\theta_i^{IV} - G J_{di}\,\theta_i'' - \sum_{k=1}^{l} \frac{c_{ik}^2\,\varphi_{ik}}{2}\,(\theta_i - \theta_k) -$$

$$- \sum_{j=1}^{m} \frac{c_{ij}^2\,\varphi_{ij}}{2}\,(\theta_i - \theta_j) = m_i^0 + \sum_{k=1}^{l} r_{ik}\,b_{ik} + \sum_{j=1}^{m} r_{ij}\,b_{ij}, \tag{IV.39}$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$ — порядковый номер и общее число объемно-блочных столбов в здании; $B_{yi} = EJ_{yi}$; $B_{zi} = EJ_{zi}$; $B_{\omega i} = EJ_{\omega i}$ и GJ_{di} — экваториальная, секториальная и крутильная жесткости столба i; $k = 1, 2, \ldots, l$ — порядковый номер и общее число столбов, примыкающих к столбу i в направле-

нии оси $\pm Y$; $j=1, 2,..., m$ — то же, в направлении оси $\pm Z$; $r_{ik}(x)$ — погонное по высоте столба суммарное усилие сдвига во всех связях, расположенных в одной горизонтальной плоскости в шве между столбами блоков i и k; $p_{ij}(x)$ — погонное по высоте столба суммарное усилие растяжения-сжатия во всех связях, расположенных в одной горизонтальной плоскости в шве между столбами блоков i и j; φ_{ik} — коэффициент осевой податливости одной связи между столбами i и k, определяемый экспериментально или принимаемый равным:

$$\varphi_{ik} = \left(\frac{EF}{lh}\right)_{ik}, \tag{IV.40}$$

EF — модуль упругости и площадь поперечного сечения связи; l — длина связи, подвергающаяся растяжению или сжатию: m_i^0 — погонный по высоте столба крутящий момент от внешней нагрузки, приложенной к столбу i (римские верхние индексы при переменных ξ, η и θ обозначают порядок дифференцирования по x).

Если исключить из системы уравнений (IV.37)—(IV.39) усилия в связях r и p, то она будет содержать по три неизвестных функции (ξ, η и θ) для каждого столба, т. е. всего 3 n неизвестных. Число уравнений в этой системе также равно 3 n.

Усилия в связях r и p легко выразить согласно рис. IV.9 через основные неизвестные перемещения:

$$r_{ik} = 2\,\varphi_{ik}^{c}\,(\xi_k - \xi_i + \theta_k\, b_{ki} + \theta_i\, b_{ik}); \tag{IV.41}$$

$$p_{ik} = 2\,\varphi_{ik}\,(\eta_k - \eta_i); \tag{IV.42}$$

$$r_{ij} = 2\,\varphi_{ij}^{c}\,(\eta_j - \eta_i - \theta_j\, b_{ji} - \theta_i\, b_{ij}); \tag{IV.43}$$

$$p_{ij} = 2\,\varphi_{ij}\,(\xi_j - \xi_i), \tag{IV.44}$$

где φ_{ik}^{c}, φ_{ij}^{c} — коэффициент сдвиговой податливости одной связи между столбами, соответственно i и k или i и j, определяемой из опыта или принимаемый равным:

$$\varphi_{ik}^{c} = \frac{GF}{1{,}2\,lh}. \tag{IV.45}$$

Подставив (IV.41)—(IV.44) в (IV.37)—(IV.39), получим систему $3n$ дифференциальных уравнений четвертого порядка, содержащую в качестве неизвестных только искомые функции перемещений ξ_i, η_i и θ_i. В случае $\theta=0$ уравнения (IV.37) и (IV.38) разделяются и могут решаться независимо. Например, для двух объемно-блочных 14-этажных столбов, показанных на рис. IV.10, получим из (IV.38) уравнение балки на упругом основании

$$B_{z1}\,\eta_1^{IV} = q_1 + 2\,\varphi_{12}\,(\eta_2 - \eta_1). \tag{IV.46}$$

Подставляя в (IV.46) $\eta_i^{IV} = -\dfrac{M_i''}{B_i}$, найдем после двойного дифференцирования

$$M_1^{IV} + \frac{2\,\varphi_{12}\,B}{B_1\,B_2}\,M_1 = \frac{2\,\varphi_{12}}{B_2}\,M^0.$$

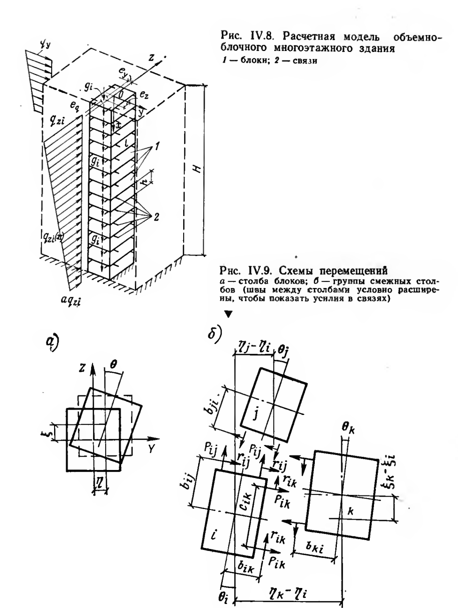


Рис. IV.8. Расчетная модель объемноблочного многоэтажного здания
1 — блоки; *2* — связи

Рис. IV.9. Схемы перемещений
а — столба блоков; *б* — группы смежных столбов (швы между столбами условно расширены, чтобы показать усилия в связях)

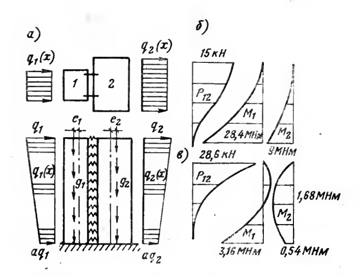


Рис. IV.10. Совместная работа двух объемно-блочных столбов ($EJ_1 > EJ_2$)

а — расчетная схема и нагрузка; *б* — эпюры моментов и усилий в связях от горизонтальной нагрузки; *в* — то же, от вертикальной нагрузки

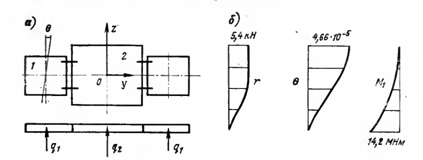


Рис. IV.11. Изгиб и кручение группы объемно-блочных столбов

а — план; *б* — эпюры сдвигающего усилия в связях, угла закручивания крайних столбов, момента в крайнем столбе

Решая это уравнение, находим $M_1(x)$, а затем из (IV.38) определяем усилия в связях

$$P_{12}(x) = -M_1''(x) - q_1(x).$$

Результаты расчета этой объемно-блочной системы (рис. IV.10) получены при следующих численных данных: $2\varphi_{12} = 8$ МПа; $J_1 = 50{,}1$ м^4; $J_2 = 14{,}8$ м^4; $E = 1{,}5\cdot10^4$ МПа; $q_1 = q_2 = \frac{q}{2} = 25{,}7$ кН/м; $H = 42{,}8$ м; $a = 0{,}371$; $\frac{g_1 e_1}{h} = -193{,}8$ кН; $\frac{g_2 e_2}{h} = 27{,}9$ кН.

Если здание симметрично в плане и находится под действием нагрузок, которые приводятся к силе и моменту, лежащим в

плоскости симметрии здания, то этажи такого здания будут в целом смещаться поступательно, но в отдельных столбах объемных блоков помимо поступательного смещения может возникнуть и кручение. Такова, например, система из трех объемноблочных столбов, план которой показан на рис. IV.11. Средний столб не испытывает кручения, а крайние поворачиваются на угол $\theta(x)$.

Рассматриваемая система состоит из блоков, имеющих замкнутый в плане контур, поэтому согласно § 1 настоящей главы депланацией при кручении можно пренебречь, кроме того, в этой системе нет связей в направлении оси Z и нет нагрузки в направлении Y, ввиду чего система (IV.37)—(IV.39) принимает вид:

$$B_{y\,1}\,\xi_1^{\mathrm{IV}} = q_1 + r_{12};$$

$$G\,J_{d\,1}\,\theta_1'' + \frac{c_{12}^2\,\varphi_{12}}{2}\,\theta_1 = r_{12}\,b_{12}.$$

В качестве третьего уравнения используем (IV.41):

$$r_{12} = 2\,\varphi_{12}^{\mathrm{c}}\,(\xi_2 - \xi_1 + \theta_1\,b_{12}).$$

Выражая ξ через M и учитывая, что $M^0 = 2M_1 + M_2$, получим систему трех дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\left.\begin{aligned} M_1'' &= -(q_1 + r_{12});\\ G\,J_{d\,1}\,\theta_1'' &+ \frac{c_{12}^2\,\varphi_{12}}{2}\,\theta_1 = r_{12}\,b_{12};\\ r_{12}'' &= 2\,\varphi_{12}^{\mathrm{c}}\left(\frac{2\,B_1 + B_2}{B_1\,B_2}\,M_1 + \theta_1''\,b_{12} - \frac{M^0}{B_2}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{IV.47})$$

Граничные условия, очевидно, будут таковы:

$$M_1\,(0) = M_1'\,(0) = 0;$$

$$r_{12}\,(H) = r_{12}'\,(H) = 0;$$

$$\theta_1\,(H) = \theta_1'\,(H) = 0.$$

Эпюры M_1, r_{12} и θ_1, полученные из решения системы (IV.47), приведены на рис. IV.11. Исходные данные те же, что и в первом примере. Отметим, что при неучете кручения сдвигающие усилия в связях получаются почти втрое бо́льшими. Учет кручения выявляет осевые усилия в связях t:

$$\pm\,t = \theta\,\frac{c_{12}}{2}\left(\frac{EF}{lh}\right)_{\text{св}}. \qquad (\mathrm{IV.48})$$

В данном примере $t = -12{,}7$ кН/м вверху здания, а распределние его по высоте соответствует эпюре θ (см. рис. IV.11,*б*).

Чтобы после формования блока можно было вынуть из него внутреннюю опалубку, монолитный блок может состоять максимум из пяти плоскостей:

четырех стен и потолка (блок «колпак»);
четырех стен и плиты пола (блок «стакан»);
трех стен, потолка и пола (блок «лежащий стакан»);
шестая плоскость изготовляется отдельно и соединяется с блоком сваркой закладных деталей.

Для столбов, имеющих в плане открытый контур (блоки типа «лежащий стакан» и т.п. с навесными наружными стенами), секториальная жесткость EJ_ω определяется по известным формулам теории тонкостенных стержней [14], [68] и др., а GJ_d принимается равным нулю. Для столбов, образованных монолитными блоками с замкнутым контуром («колпак», «стакан»), можно с некоторым приближением отбросить первый член в уравнении (IV.39), переходя к уравнению второго порядка (IV.47), как это показано во втором примере. При этом, учитывая неизбежные проемы в стенах блоков, жесткость чистого кручения GJ_d заменяется для блоков, опирающихся по контуру, на приведенную жесткость $\bar{G}J_d$ по (IV.36).

Блоки с угловым опиранием в несущих системах зданий большой этажности применять не следует. Для зданий большой этажности, монтируемых из блоков с незамкнутым горизонтальным сечением (типа «лежащий стакан» и др.), следует вводить в несущую систему несколько объемно-блочных столбов, имеющих замкнутый контур горизонтального сечения. Такие столбы будут служить устоями, обеспечивающими жесткость всего здания на кручение, подобно тому, как вертикальные диафрагмы в связевом каркасе обеспечивают его изгибную жесткость.

§ 4. АНАЛОГИЯ МЕЖДУ КРУЧЕНИЕМ ЯДРО-ДИАФРАГМОВОЙ СИСТЕМЫ, КРУЧЕНИЕМ ТОНКОСТЕННОГО СТЕРЖНЯ И ИЗГИБОМ ОДНОСВЯЗНОЙ ДИАФРАГМЫ (СОСТАВНОГО СТЕРЖНЯ)

Покажем, что дифференциальные уравнения (IV.19) и (IV.20), совпадающие с уравнениями кручения тонкостенного стержня [14], аналогичны также уравнениям двухветвевого составного стержня [62] или односвязной диафрагмы (III.44). Действительно, дважды дифференцируя (III.44) или уравнение (7.1) в [62], найдем

$$N^{IV} - \lambda^2 N^{II} = q\ (x)/s\ B. \qquad \text{(IV.49)}$$

или (обозначения по [62])

$$T^{IV} - \lambda^2 T'' = q\ (x)\ v\ \varepsilon/\Sigma\ EJ. \qquad \text{(IV.50)}$$

Эти уравнения структурно аналогичны уравнению (36) в работе [14] и уравнению (IV.20) (взаимно соответствующие величины и символы представлены в табл. IV.1).

Интегрируя уравнения (IV.49) (36) в [14], (IV.20), (IV.50) для граничных условий консольного стержня, в котором начало координат перемещается вместе со свободным концом консоли

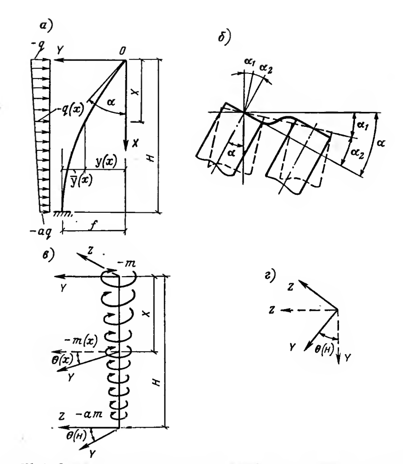


Рис. IV.12. Система координат и нагрузка изгибаемого составного стержня и скручиваемого тонкостенного

а — нагрузка, система координат и перемещения изгибаемого составного стержня; б — компоненты угловой деформации составного стержня (односвязной диафрагмы); в — нагрузка, система координат и перемещения скручиваемого тонкостенного стержня; г — поворот осей координат скручиваемого стержня: ——— на свободном конце стержня; — — — — в заделке

(рис. IV.12), получим для $N(x)$ выражение (III.63) и аналогичные формулы для $\theta(x)$ и $T(x)$, причем для $\theta(x)$ параметр λ заменяется согласно табл. IV.1 на k. Разумеется, совпадают и все производные этих функций (см. рис. IV.13).

Расчетные формулы прогиба односвязной диафрагмы (составного стержня) тоже аналогичны полученным формулам для N и θ. Разделяя полный прогиб на y_1 и y_2, как это сделано в отношении угла наклона, получим согласно (I.6) и (III.46)

$$y_1 = k \int\limits_0^x \int\limits_x^H N \, d x^2; \quad y_2 = s N. \qquad \text{(IV.51)}$$

Тонкостенный стержень открытого профиля [14]	Ядро-диафрагмовая несущая система	Составной стержень [62]	Односвязная диафрагма
Угол закручивания $\theta(x)$ Характеристика жесткости $k^2 = \frac{GJ_d}{EJ_\omega}$	Угол закручивания $\theta(x)$ Характеристика жесткости $k^2 = \frac{\Sigma G J_{di}}{B_{кр}}$	Сдвигающая сила в шве $T(x)$ Характеристика жесткости $\lambda^2 = \gamma \varepsilon$	Нормальная сила в столбе $N(x)$ Характеристика жесткости $\lambda^2 = \frac{k B^0}{s B}$
Жесткость чистого кручения стержня GJ_d	Жесткость чистого кручения системы ΣGJ_{di}	Жесткостной параметр составного стержня с неподатливыми связями сдвига $\frac{EI^0}{v}\left(\frac{1}{EF_1}+\frac{1}{EF_2}\right)$	Жесткостной параметр диафрагмы с жесткими связями сдвига KB^0
Жесткость изгибного кручения (секториальная жесткость) EJ_ω	Жесткость изгибного кручения $B_{кр}=\Sigma(B_{iz}z_i^2 + B_{iy}y_i^2)$	Жесткостной параметр составного стержня с упруго-податливыми связями сдвига, но лишенного продольных деформаций ветвей $\frac{\Sigma EJ}{v\varepsilon}$	Жесткостной параметр диафрагмы с упруго-податливыми связями сдвига, но лишенной продольных деформаций столбов sB
Интенсивность внешнего крутящего момента $m(x)$	Интенсивность внешнего крутящего момента $m(x)$	Интенсивность поперечной нагрузки $q(x)$	Интенсивность поперечной нагрузки $q(x)$
Бимомент от внешней поперечной нагрузки $B(x)$	Бимомент от внешней поперечной нагрузки $T(x)$	Изгибающий момент от внешней поперечной нагрузки $M^0(x)$	Изгибающий момент от внешней поперечной нагрузки $M^г(x)$

Подставляя в первое из этих выражений (III.63) и интегрируя, найдем после простых преобразований

$$y_1 = y^0 - \frac{kN}{\lambda^2}, \tag{IV.52}$$

где

$$y^0 = \frac{qH^4}{120B^0}\left[(a-1)\left(\frac{x}{H}\right)^5 + 5\left(\frac{x}{H}\right)^4 - 5\,(3+a)\,\frac{x}{H}\right]. \tag{IV.53}$$

Полный прогиб в системе координат по рис. IV.12

$$y\,(x) = y_1 + y_2 = y^0 - \frac{kN}{\lambda^2} + sN = y^0 + \frac{bN}{\lambda^2 B}, \tag{IV.54}$$

1	$f(x)$ H	$\frac{df(x)}{dx}$	$\frac{d^2f(x)}{dx^2}$	$\frac{d^3f(x)}{dx^3}$	$\frac{d^4f(x)}{dx^4}$
2	$N(x)$ $M_1=kB^0N$	$N'(x)=Q_n$ $Q_1=kB^0N'$	$N''(x)$ $q_1=-kB^0N''$ $M_2=-sBN''$	$N'''(x)$ $Q_2=-sBN'''$	$N^{IV}(x)$ $q_2=sBN^{IV}$
3	$\theta(x)$ $T_{кр}=GJ_d\theta$	$\theta'(x)$ $M_{кр}=GJ_d\theta'$	$\theta''(x)$ $m_{кр}=-GJ_d\theta''$ $T_\omega=-B_{кр}\theta''$	$\theta'''(x)$ $M_\omega=-B_{кр}\theta'''$	$\theta^{IV}(x)$ $m_\omega=B_{кр}\theta^{IV}$
4	$y_c(x)$ $\bar{M}=-\lambda^2By_c=bN$	$y_c'(x)=d_c$ $\bar{Q}=-\lambda^2By_c'=bQ_n$	$y_c''(x)$ $\bar{q}=-\lambda^2By_c''$ $M_c=-By_c''$	$y_c'''(x)$ $Q_c=-By_c'''$	$y_c^{IV}(x)$ $q_c=By_c^{IV}$

Рис. IV.13. Сводка эпюр и формул изгиба составного стержня (днафрагмы) и кручения тонкостеииого стержня (ядро-диафрагмовой системы) [25]

а «консольный» прогиб — по формуле (I.7)

$$\bar{y}(x) = y(H) - y(x) = f^r - y^0(x) + \frac{b}{\lambda^2 B}[N(H) - N(x)], \quad \text{(IV.55)}$$

где f^r — по (II.18), а N — по (III.63).

Из (IV.54) видно, что прогиб диафрагмы (составного
17 стержня) может быть представлен как сумма прогиба y^0 монолитного стержня с жесткостью B^0 и дополнительного прогиба y_c, создаваемого податливостью связей и выражающегося вторым членом формулы (IV.54). Для получения соответствующих значений y_c и его производных достаточно умножить N (или ее производную) иа постоянный жесткостный параметр, т. е.

$$y_c = (b/\lambda^2 B)\ N. \quad \text{(IV.56)}$$

Следовательио, график функции $y_c(x)$ и его производных будет подобен графикам $N(x)$ и $\theta(x)$.

На рис. IV.13 сведеиы полученные здесь результаты: в строке 1 показана эпюра (график) функций $N(x)$, $T(x)$ [62], $\theta(x)$ или $y_c(x)$ и их четырех производиых, строка 2 относится к односвязной диафрагме (составному стержню), строка 3 — к скручиваемому тонкостенному стержню или к ядро-диафрагмовой системе, строка 4 — к прогибу y_c составиого стержня, односвязной диафрагмы или простой рамно-связевой несущей системы. Как видно из рис. IV.13, названные функции вполне аналогичны, а расчетные формулы, определяющие усилия и перемещения в этих системах, структурно совпадают с учетом замены символов по табл. IV.1.

Данная аналогия [25] позволяет заменить расчет ядро-диафрагмовой системы на кручение расчетом рамно-связевой

системы-аналога на изгиб (и точно так же расчет на кручение тонкостенного стержня расчетом на изгиб составного стержня-аналога). Для этого достаточно в соответствующих формулах-аналогах заменить символы согласно табл. IV.1 и рис. IV.13.

Анализ рис. IV.13 показывает, что все особенности, отмеченные в [23] полностью сохраняются при изгибе составных стержней и при кручении ядро-диафрагмовых систем или тонкостенных стержней. Так, например, из эпюр рис. IV.13 видно, что при $x=0$, т. е. в вершине здания, в ядре и в диафрагме, как и на свободном конце тонкостенного стержня, возникают взаимоуравновешенные сосредоточенные крутящие моменты $M_{кр}$ и M_{ω}, подобные сосредоточенным силам, обнаруженным в рамно-связевых системах; в заделке оказывается равным нулю $M_{кр}$, как и поперечная сила рамы Q в рамно-связевой системе; в заделке обнаруживаются «пики» интенсивностей моментов $m_{кр}$ и m_{ω}, как это было в рамно-связевых системах, и т. п.

ГЛАВА V. ПОДАТЛИВОСТЬ СВЯЗЕЙ РАЗНЫХ ВИДОВ, УЧЕТ СДВИГОВ В СТОЛБАХ ДИАФРАГМ, НЕУПРУГИЕ ДЕФОРМАЦИИ СВЯЗЕЙ, ВЛИЯНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ШВОВ

§ 1. ХАРАКТЕРИСТИКА ПОДАТЛИВОСТИ СВЯЗЕЙ S

Перемычки и ригели, учет сдвига в высоких перемычках. Параметр s_{ij} — это угол наклона несущей конструкции, которому соответствует единичная перерезывающая сила в связях между элементами i и j на единицу высоты здания. Поскольку перемычки или иные связи считаются равномерно распределенными по высоте, s имеет размерность 1/Н/м=м/Н.

Погонное перерезывающее усилие в связях $Q_{пi}=\sum_{k=1}^{i} N_k'$, поэтому для односвязной конструкции, например, для рамо-диафрагмы по рис. V.1 получим

$$\alpha_2 = s\,Q_{п} = s\,N'; \qquad (V.1)$$

$$s=\alpha_2/N'; \quad \alpha_2=(\delta_1+\delta_2)/b; \qquad (а)$$

$$\delta_1=\frac{h\;(l-v)^3}{3\,B_{п}}\;N'; \qquad (б)$$

$$\delta_{к}=\frac{N'\,v}{3\,B_{к}}\left(\frac{h}{2}\right)^3; \quad \alpha_{к}=\frac{2\,\delta_{к}}{h};$$

$$\delta_2=\delta_v+\alpha_{к}\,v=\left(\frac{h\,v^3}{3\,B_{п}}+\frac{h^2\,v^2}{12\,B_{к}}\right)N'. \qquad (в)$$

Подставляя (б) и (в) в (а), получим искомый параметр для однопролетной рамо-диафрагмы

$$s = \frac{h}{3\,b}\left[\frac{(l-v)^3 + v^3}{B_п} + \frac{h\,v^2}{4\,B_к}\right], \qquad (V.2)$$

где $B_к$ — жесткость перемычки (ригеля); B_k — жесткость колонны рамной части; v — расстояние от оси колонны до нулевой точки в ригеле.

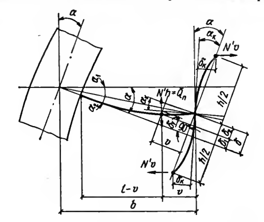


Рис. V.1. Деформация яруса односвязной рамо-диафрагмы (к определению s)

В данном случае имеет место смещение узлов рамы. Поэтому

$$v = l\,i_п/(i_л + i_п), \qquad (г)$$

где $i_л$ и $i_п$ — обычные фокусные расстояния от левого и правого концов ригеля (перемычки); $i_л = l/3$ (ввиду полной заделки в столб диафрагмы)

$$i_п = l/(3 + B_п h/2\,l\,B_к),$$

откуда, согласно (г)

$$v = 6\,l^2 B_к/(B_п h + 12\,l\,B_к) = l/(2 + r/6\,c)$$

$$(\text{здесь}\quad c = B_к/h;\quad r = B_п/l).$$

Для односвязной дифрагмы в формуле (V.2) $B_к = \infty$ и $v = 0{,}5$, откуда

$$s = hl^3/12 B_п b. \qquad (V.3)$$

Колонны в отличие от столбов подвергаются изгибу в пределах этажа, что уменьшает изгиб ригеля и действующую в нем перерезывающую силу $Q_{пi}$. С учетом этого [23, 34] для многосвязных несущих конструкций с колоннами можно принять с небольшой погрешностью

$$s_i = \frac{h}{3\,b_i}\left[\frac{(l_i - v_i)^3 + v_i^3}{B_{п\,i}} + \frac{h}{4}\left(\frac{w_i + u_{i-1}}{B_i}\,w_i + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{w_{i+1} + u_i}{B_{i+1}}\,u_i\right)\right], \qquad (V.4)$$

где w_i и u_i — расстояние от нулевой точки в пролете i до осей левой и правой колонны (столба) (остальные обозначения по рис. V.1).

Из этой формулы получаем s_i для любых частных случаев. Например, для однопролетной рамы ввиду симметрии $B_i = B_{i+1} = B_к$ и $v = l/2$; отсюда, полагая также $b = l$, найдем:

$$s = \frac{hl}{12}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2c}\right); \qquad (V.5)$$

для двухпролетной симметричной рамы

$$s = \frac{hl}{12}\left(\frac{1}{r} + \frac{3}{4c}\right); \qquad (V.5,a)$$

для трехпролетной симметричной рамы с разными пролетами:

$$s_1 = s_3 = \frac{h}{3l_1}\left[\frac{w_1^3 + u_1^3}{B_{п\,1}} + \frac{w_1^2 + (0{,}5\,l_2 + u_1)\,u_1}{4c}\right]; \qquad (V.6)$$

$$s_2 = \frac{h}{12}\left(\frac{l_2}{r_2} + \frac{u_1 + 0{,}5\,l_2}{c}\right), \qquad (V.7)$$

где

$$u_1 = \frac{l_1}{1 + \frac{2c\,[3\,(2c + r_2) + r_1]}{(2c + r_2)\,(6c + r_1)}}; \qquad (V.8)$$

для всех средних пролетов равнопролетной рамы или рамо-диафрагмы $u \approx 0{,}5\,l$ и потому

$$s_i = \frac{hl}{12}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{c}\right). \qquad (V.9)$$

Отметим, что выражение (V.9) было получено иным путем в [19] и в ряде других исследований, в которых оно рассматривается как универсальная характеристика деформативности рам. Как только что было показано, выражение (V.9) является частным случаем более общей формулы (V.4) и справедливо только в указанных ограниченных пределах.

Для примыкающих к столбу пролетов равнопролетной рамо-диафрагмы

$$s = \frac{h}{3b}\left[\frac{(l - v)^3 + v^3}{B_п} + \frac{0{,}5\,l + v}{4c}\,v\right], \qquad (V.10)$$

где $v = \dfrac{l}{1 + \dfrac{6c + 4r}{3(2c + r)}}$ отсчитывается от оси колонны.

В частном случае двухпролетной рамо-диафрагмы (см. рис. I.2,*е*) при симметричной рамной части

$$s_i = \frac{h}{3b_i}\left[\frac{(l - v)^3 + v^3}{B_п} + \frac{v^2}{2c}\right], \qquad (V.10,a)$$

где $v = \dfrac{l}{2 + r/3c}$ отсчитывается от оси колонны.

Для каждого из пролетов многосвязных диафрагм с равными или неравными столбами и пролетами так же, как и для отдельной односвязной диафрагмы найдем значение s, полагая в (V.4) $B_i = B_{i+1} \approx \infty$ и $v = 0{,}5\ l$

$$s_i = h\, l_i^3 / 12\, B_{\text{п}\, i}\, b_i. \tag{V.11}$$

Если перемычки диафрагмы или ригели рамы имеют небольшой пролет l при значительной высоте сечения d, то становится существенным влияние сдвига на их деформации. Под действием единичной силы взаимное смещение концов перемычки с учетом сдвига при прямоугольном ее сечении равно:

$$\delta = \frac{l^3}{12\, B_{\text{п}}} \left(1 + \frac{\psi\, d^2}{0{,}4\, l^2}\right) = \delta_0\, \gamma. \tag{V.12}$$

Коэффициент ψ помимо обычного усреднения сдвига по сечению [см. § 3 гл. VI формулы (VI.46) — (VI.48)] должен в данном случае учитывать также и невозможность искривления опорных сечений при постоянном значении поперечной силы по всей длине перемычки. С учетом этого в упругой стадии работы

$$\gamma = 1 + 2{,}95\, (d/l)^2 - 0{,}02\, d/l. \tag{V.13}$$

Следуя выводу характеристики s (V.3), но с учетом сдвига, согласно (V.12), получим для непрерывно распределенных перемычек, заделанных в столбах, вместо (V.3) следующее выражение:

$$s = h\, l^3\, \gamma / 12\, B_{\text{п}}\, b. \tag{V.14}$$

В общем случае множитель γ для учета сдвига в упругой стадии работы надо вводить в первый член в квадратных скобках формулы (V.4) и в вытекающие из нее частные значения (V.5), (V.11). Неупругая работа связей рассмотрена в § 2 настоящей главы.

Перекрытия как связи сдвига между столбами диафрагм. В панельных зданиях связь между столбами вертикальных диафрагм нередко осуществляется непосредственно плитами перекрытий без каких-либо надпроемных перемычек или ригелей. Такой вид связи также может достаточно эффективно обеспечивать совместную работу панельных столбов диафрагмы по схеме *b* рис. I.3, если плиты перекрытий защемлены панелями стен с помощью платформенного или сборно-монолитного (рис. IX.2) стыка.

В этом случае [33] условная ширина участка перекрытия d (рис. V.2), активно сопротивляющегося взаимному сдвигу столбов диафрагмы, может быть определена из уравнения прогиба пластинки при отсутствии поверхностной нагрузки. Полученные таким путем эпюры усилий для перекрытия с размерами $a = 6$ м, $c = 5$ м и $l = 2$ м показана на рис. V.3.

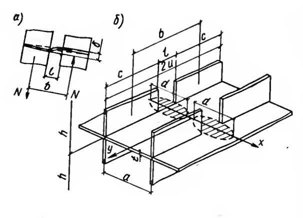


Рис. V.2. Схема работы панелей перекрытия как связей сдвига

а — деформация перекрытия при наклоне диафрагмы: сплошными линиями — по оси диафрагмы, пунктиром — по оси *y*; *б* — аксонометрия фрагмента этажа панельного здания (заштрихован условный участок сопротивления сдвигу)

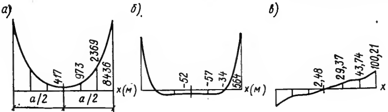


Рис. V.3. Эпюры M_y (*а*), M_x (*б*) и Q_y (*в*) в перекрытии при едиииичном сдвиге

Момент и поперечная сила в перекрытии, как в связи сдвига в месте заделки перекрытия в столбы, определяются интегрально:

$$M_{\text{п}} = \int\limits_{-a/2}^{a/2} M_y \, d\,x; \qquad \text{(V.15)}$$

$$Q_{\text{п}} = \int\limits_{-a/2}^{a/2} Q_y \, d\,x. \qquad \text{(V.16)}$$

В то же время

$$Q_{\text{п}} = M_{\text{п}}/0{,}5\,l = 12\,E\,d\,t^3\,\delta/12\,l^3,$$

откуда

$$d = 2\,M_{\text{п}}\,l^2/E\,t^3\,\delta \qquad \text{(V.17)}$$

или

$$d = Q_{\text{п}}\,l^3/E\,t^3\,\delta.$$

По этим формулам с использованием (V.15), (V.16) вычислены значения ширины *d* и построен график (рис. V.4).

Характеристика *s* определяется, согласно (V.14), при $\gamma = 1$:

$$s = (h/E\,d\,b)\ (l/t)^3, \qquad \text{(V.18)}$$

где *h* — высота этажа; *E* — модуль упругости бетона (при необходимости с соответствующими коэффициентами снижения) (остальные обозначения по рис. V.2).

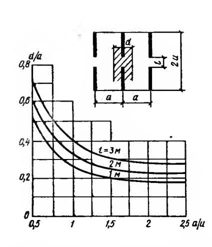


Рис. V.4. Определение условной «полезной ширины» перекрытия d

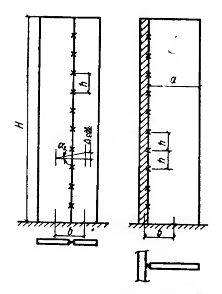


Рис. V.5. Соединение столбов вплотную сваркой закладных деталей и тому подобными связями

Шпоики, сварка закладных деталей и другие виды плотных связей. Если столбы диафрагм соединены вплотную связями сдвига, расположенными с шагом h (рис. V.5), то сила, сдвигающая одну связь, будет равна: $Q_{\text{сдв}} = Q_{ij}h$.

Обозначая сдвиговое перемещение одной связи от единичной силы, определяемое из опыта,

$$\varphi = \Delta_{\text{сдв}}/Q_{\text{сдв}}, \qquad (V.19)$$

и, учитывая, что, согласно рис. V.5,

$$\alpha_2 = \Delta_{\text{сдв}}/b,$$

получим

$$\alpha_2 = \varphi\, Q_{ij}\, h/b = s\, Q_{ij}$$

и, следовательно, в этом случае

$$s = \varphi\, h/b. \qquad (V.20)$$

Коэффициент φ различен для разных видов связей (табл. V.1) (рис. V.6).

На рис. V.7,*а* приведены графики зависимости $Q - \Delta$ для некоторых видов связей между керамзитобетонными панелями. Кривые *1* и *3* относятся к анкерам (см. рис. V.6,*а*) с длиной отогнутого участка соответственно 75 и 150 мм без приварки к продольной арматуре панели; кривые *2* соответствуют приварке закладных пластин непосредственно к продольной арматуре панели (без отогнутых анкеров); кривые *4* соответствуют анке-

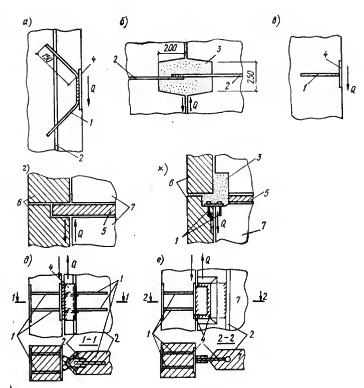


Рис. V.6. Связи, работающие на сдвиг (к табл. V.1)

1 — анкерные стержни; *2* — основная арматура панели; *3* — замоноличивание; *4* — свариваемые закладные детали; *5* — перекрытие; *6* — наружные стеновые панели; *7* — внутренние стеновые панели

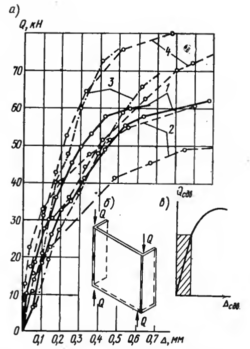


Рис. V.7. Экспериментальные зависимости сдвига от усилия

а — графики $Δ–Q_{сдв}$ для разных видов анкеров; *б* — схема испытания; *в* — типичный график $Δ–Q_{сдв}$

Таблица V.1

Коэффициенты податливости связей на сдвиг φ

Вид связи	Схема на рис.6	Литературный источник	φ, м/Н	Характеристика элементов стыка
Сварка закладных деталей	*а*	[23]	$2 \cdot 10^{-8}$	Панели керамзито- и шлакобетонные марки 10—15 МПа
Бетонная шпонка со сваркой выпусков	*б*	[47]	$0{,}75 \cdot 10^{-9}$	Бетон замоноличивания марки 35 МПа
Анкерный стержень закладной детали	*в*	[45]	$\frac{6 \cdot 10^{-4}}{dE_б}$	$E_б$ — модуль упругости бетона в МПа; d — диаметр стержня в см
Плита перекрытия, заведенная в шов стеновых панелей	*г*	[45]	$0{,}5 \cdot 10^{-8}$	
Сварка закладных деталей	*д*	[51]	$0{,}12 \cdot 10^{-8}$	Бетон марки 40 МПа
То же	*е*	[11], [12]	$0{,}15 \cdot 10^{-8}$	Бетон марки 30 МПа
Болтовый стык с бетонной монолитной шпонкой	*ж*	[52]	$0{,}7 \cdot 10^{-8}$	Бетон замоноличивания марки 20 МПа
Бетонная шпонка с площадью смятия $F_{см}$, см²	—	[45]	$\frac{0{,}5}{E_ш F_{см}}$	Бетон замоноличивания марки 10 МПа и более; $E_ш$ — модуль упругости бетона шпонки в МПа

рам типа 1, но с приваркой к продольной арматуре панели. Как видно из графиков, деформации протекают принципиально так, как показано на схеме рис. V.7,*в*, где заштрихована зона линейной работы связи. Данные табл. V.1 соответствуют этой зоне, нелинейная работа связей сдвига рассмотрена в § 2 настоящей главы.

В случае жесткого соединения смежных вертикальных элементов принимается $s = 0$.

Учет сдвига в столбах диафрагм, параметр $S_{фикт}$. При $\frac{H}{a} < 5$ (см. рис. V.5) следует учесть сдвиговые деформации столба. Для этого столб разрезается мысленно вертикальным швом вдоль оси центров тяжести поперечных сечений (рис. V.8,*а*) [23].

Сдвиговая деформация Δ_j, в действительности распределенная по сечению столба, сосредоточивается в этом шве так, чтобы сдвиг неразрезанного столба был равен сдвигу в фиктивном шве разрезанного столба. При $H/a_ф \geqslant 5$ сдвиговый прогиб консоли составляет менее 4% полного и может не учитываться, поэтому обе половинки разрезанного столба считаются изгибаемыми без сдвига. Каждый из фиктивных столбов-половинок

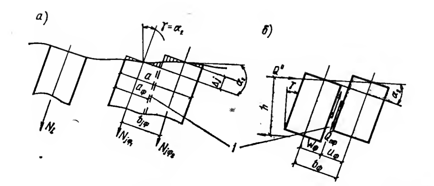


Рис. V.8. Условная разрезка широких столбов фиктивным швом (*1*) для учета сдвига

а — сосредоточение сдвига в фиктивном шве; *б* — к определению $s_ф$ (V.21)

обозначается своим индексом и вводится в систему уравнений (III.35 или др.). Параметр $s_ф$, характеризующий податливость фиктивного шва, определяется следующим образом. Угол α_2 (рис. V.8), очевидно, равен углу сдвига γ в неразрезанном столбе, т. е.

$$\alpha_2 = \varkappa\, Q^0/G\,F. \qquad (а)$$

Вместе с тем

$$\alpha_2 = s\,N' = s_ф\,\overline{Q}_{п\,ф}\,/h. \qquad (б)$$

Приравнивая правые части (а) и (б), найдем:

$$s_ф = \varkappa\, Q^0\,h/G\,F\,\overline{Q}_{пф}, \qquad (в)$$

где G — модуль сдвига; F — площадь поперечного сечения полного (неразрезанного) столба; $\varkappa$ — коэффициент усреднения сдвига по сечению, определяемый по формулам (VI.46)—(VI.48); Q^0 — поперечная сила в сечении заданного столба; $Q_{пф}$ — перерезывающая сила в фиктивной связи, расположенной в фиктивном шве с шагом h.

Зависимость Q^0 от $\overline{Q}_{пф}$ можно выявить, рассмотрев моментное равновесие участка разрезанного столба (рис. V.8,*б*). Очевидно,

$$Q^0\,h = \overline{Q}_{пф}\,(w_ф + u_ф) = \overline{Q}_{пф}\,b_ф. \qquad (г)$$

Подставляя (г) в (в), получим значение характеристики податливости сдвигу фиктивного шва

$$s_ф = \varkappa\, b_ф/G\,F, \qquad (V.21)$$

а также важную зависимость между распределенной и сосредоточенной сдвиговой жесткостью столба

$$G\,F/\varkappa = b/s. \qquad (V.22)$$

После того как из решения соответствующей системы урав-

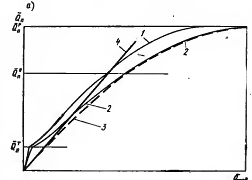
ннй будут найдены все N_i и в том числе $N_{j\phi 1}$ и $N_{j\phi 2}$ (см. рис. V.8,*а*), найдем полные уснлия в неразрезанных столбах:

$$N_j = N_{j\,\phi\,1} + N_{j\,\phi\,2}; \qquad \text{(V.23)}$$

$$M_j = M_{j\,\phi\,1} + M_{j\,\phi\,2} + \frac{N_{j\,\phi\,2} - N_{j\,\phi\,1}}{2}\, b_{j\,\phi}. \qquad \text{(V.24)}$$

§ 2. НЕУПРУГИЕ ДЕФОРМАЦИИ СВЯЗЕЙ СДВИГА

Образованне трещнн в рнгелях илн перемычках существенно сказывается на работе вертикальной несущей конструкцнн в целом. Трещины первоначально возникают в наиболее нагруженных перемычках, уменьшая их жесткость. Соответственно уменьшаются нормальные снлы в столбах днафрагмы и возрастают изгибающне моменты и прогибы. Вместе с тем увелнчиваются перерезывающие силы в еще не треснувших перемычках, пока и в ннх не возннкнут трещнны. Такнм образом, с ростом нагрузки происходнт перераспределение усилнй во всех элементах несущей конструкцни.



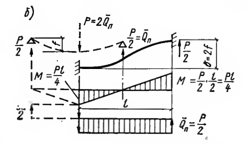


Рис. V.9. Зависимость прогиба δ от усилия Q

а — графики прогнба: *1* — для обычной балки; *2* — для перемычки при знакопеременной нагрузке; *3* — приближенная аппроксимация графика *2* параболической зависимостью (V.25); *4* — приближенная линейная аппроксимация графика *1*; *б* — схема испытання и аналогия между изгибом перемычкя (сплошная лнння) и простой балки (пунктир)

Завнсимость деформаций перемычкн от действующей в ней перерезывающей силы можно аппроксимнровать разлнчными кривымн нлн ломаными линиями (рнс. V.9,*а*).

Прогиб перемычкн больше, чем прогиб балки за счет развнтня трещин на обеих сторонах сечения при знакопеременной нагрузке. Заменяя действительную кривую деформаций $Q-\delta$ (*2* на рис. V.9,*а*) параболой с вертикальной осью (*3* на рис. V.9,*а*) по формуле

$$\delta = \delta_{\text{пред}} - \sqrt{p\,(\bar{Q}_{\text{пред}} - h\,N')}\,, \qquad \text{(V.25)}$$

и подставляя это значение δ в уравнение угла наклона диафрагмы (III.46), найдем:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = k \int_x^н N\,dx + \frac{\delta}{b}. \qquad (V.26)$$

Дифференцируя это выражение и заменяя

$$M = -B\,\alpha', \qquad (V.27)$$

получим нелинейное дифференциальное уравнение

$$N'' = \lambda^2 \left(N - \frac{\overline{B}}{b\,B^0}\,M^0\right) \sqrt{\frac{\overline{Q}_{пред}}{h} - N'}\ , \qquad (V.28)$$

$$\lambda = b \sqrt{\frac{2\,B^0}{B\overline{B}\sqrt{ph}}}\ ; \qquad (V.29)$$

где $\overline{B}$ — определяется по (III.39,а); $\overline{B}_0 = B + B$; b — расстояние между центрами тяжести столбов диафрагмы; B — сумма жесткостей столбов диафрагмы; p — параметр кривой, подбираемый из условия близкого совпадения кривой *3* с экспериментальной кривой *2* (см. рис. V.9, *а*).

Эксперименты [2] и [56] позволили подобрать параметры аппроксимирующей параболы. Решение уравнений (V.28) в конечных разностях показало, что уменьшение $Q_п$ и N может достигать 60% при соответствующем увеличении изгибающих моментов в столбах диафрагмы. Если приближенно принять линейную зависимость между δ и силой $\overline{Q}_п$ (прямая *4* на рис. V.9,*а*), то по аналогии с (V.12) и согласно рис. V.9,*б* при действии $\overline{Q}_п = 1$

$$\delta = (l^3/12\,B_п)\ \gamma_т, \qquad (V.30)$$

где $\gamma_т$ — коэффициент увеличения прогиба за счет развития неупругих деформаций (трещин).

Коэффициент $\gamma_т$ может быть определен следующим расчетом. Полное смещение конца перемычки δ (см. рис. V.9,*б*) складывается из перемещения от изгиба с учетом трещин

$$\delta_и = l^3/12\,p\,b\,h_0^3\,E_б \qquad (а)$$

и перемещения от сдвига сжатой зоны над трещиной

$$\delta_c = \varphi_c\,l = 1{,}2\,l/G_б\,b\,h_0\,\xi, \qquad (б)$$

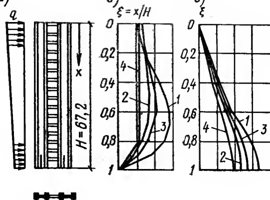
где p — коэффициент (по табл. 6.2 [44]); bh_0 — ширина и высота прямоугольного поперечного сечения перемычки; $E_б$ — модуль упругости бетона; $G_б = \nu E_б/2(1+1/6)$ — модуль сдвига бетона; $\nu = 0{,}5$ — коэффициент упругости при кратковременном действии нагрузки (ветра); $\xi = x_т/h_0$ — относительная высота сжатой зоны.

Полное смещение δ найдем, суммируя перемещения (а) и (б):

$$\delta = \delta_и + \delta_c = \frac{l^3}{12\,B_п}\left(\frac{0{,}85}{12\,p} + \frac{1{,}2\cdot 2{,}33\ B_п\cdot 12}{0{,}5\,b\,h_0\,\xi\,E_б\,l^2}\right). \qquad (V.31)$$

Рис. V.10. Усилия в перемычках и в столбах диафрагмы

а — схема диафрагмы; *б* — эпюра $Q_п$ в перемычках; *в* — эпюра *N* в столбах; *1* — по упругой схеме; *2* — с учетом трещин в перемычках при точном расчете; *3* — то же, приближенным способом; *4* — при образовании в перемычках пластического шарнира (точный расчет)



Подставляя в скобке

$$B_п = 0{,}85\, b\, h_0^3\, E_б/12, \qquad (V.32)$$

получим значение $\gamma_т$ в формуле (V.30)

$$\gamma_т = 0{,}071/p + 4{,}76\ (h_0/l)^2/\xi. \qquad (V.33)$$

Сравнение (V.33) и (V.13) убеждает в существенности влияния трещин на деформации перемычек: если $h_0/l = 0{,}25$, то $\gamma_т = 2{,}67$, т. е. деформация возрастает в 2,25 раза по сравнению с упругой (учитывающей сдвиг).

Результаты, получаемые по формуле (V.33), согласуются с обширными опытами и теоретическими исследованиями [6], что позволяет рекомендовать эту формулу для практических расчетов. Параметр *s* для перемычек с учетом увеличенной податливости за счет трещин и сдвигов

$$s = h\, l^3\, \gamma_т/12\, B_п\, b. \qquad (V.34)$$

Так как заранее неизвестно, будут ли возникать трещины, то сначала предполагается, что трещин не будет. Тогда жесткость перемычки оказывается большей, чем при учете трещин, соответственно усилия в перемычках будут тоже наибольшими. На эти усилия — момент и поперечную силу — подбирается сечение арматуры перемычки и по принятому армированию проверяется образование нормальных и наклонных трещин. Если оказывается, что трещины должны возникнуть, т. е. если

$$\left.\begin{aligned} M_п^н &> M_т = 0{,}28\, b\, h^2\, R_р^н; \\ Q_р^н &> Q_т = 0{,}6\, b\, h_0\, R_р^н, \end{aligned}\right\} \qquad (V.35)$$

то для окончательного расчета *s* принимается по формуле (V.34).

На рис. V.10 показаны эпюры $Q_п$ и *N* в односвязной 16-этажной диафрагме [56], построенные на основе изложенных способов расчета.

Податливость горизонтальных швов удобно учитывать с помощью усредненного модуля деформаций. Приравнивая деформацию в пределах высоты этажа h для «усредненного» элемента с модулем E и для заданного элемента со швами, получим при $N=1$

$$\Delta_{эт} = h/E\,F_1 = (h-h_2)/E_1 F_1 + h_2/E_2 F_2\,, \quad (а)$$

где $E_1\,F_1$ и $E_2\,F_2$ — модули упругости и площади элемента и шва; h_2 — суммарная толщина всех швов в пределах этажа.

Из (а) непосредственно находим [34] при $h \gg h_2$

$$E = \frac{1}{\dfrac{1}{E_1} + \dfrac{h_2 F_1}{h\,F_2\,E_2}} = \frac{E_1}{1 + \dfrac{h_2\,E_1\,F_1}{h\,E_2\,F_2}}\,. \quad (V.36)$$

В частном случае стыка стеновых панелей, полагая в формуле (V.36) $F_1 = F_2$ и $h_2/E_2 = \Delta/\sigma = \lambda_c$, придем к формуле, рекомендуемой в [45]:

$$E = \frac{1}{\dfrac{1}{E_1} + \dfrac{\lambda_c}{h}}\,, \quad (V.37)$$

где при длительном действии сжатия для растворов с прочностью на сжатие 2,5—5 МПа $\lambda_c = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ см/МПа, а при 10 МПа и выше $\lambda_c = 0{,}8 \cdot 10^{-2}$ см/МПа; при кратковременном сжатии соответственно λ_c равен $0{,}6 \cdot 10^{-2}$ и $0{,}4 \cdot 10^{-2}$ см/МПа.

Как видно из формулы (V.36), тонкие швы менее деформативны. Поскольку приведенные выше значения λ_c [45] не связаны с толщиной шва, их следует рассматривать как ориентировочные. Пользуясь более общей формулой (V.36) и располагая данными о модуле деформаций раствора и толщине шва, можно получить более достоверные результаты.

С целью изучения работы растворных стыков сжатых элементов в МИСИ им. В. В. Куйбышева проведены специальные экспериментальные исследования [37], основные результаты которых представлены графиками $\sigma - \delta$ (рис. V.11,*а*).

Высокая прочность тонких швов объясняется тем, что раствор в них находится в условиях стесненной деформации, близкой к всестороннему сжатию. С увеличением относительной толщины шва этот эффект снижается, а для толстых швов практически исчезает.

Результаты обработки полученных опытных данных о податливости горизонтальных растворных швов приведены в табл. V.2.

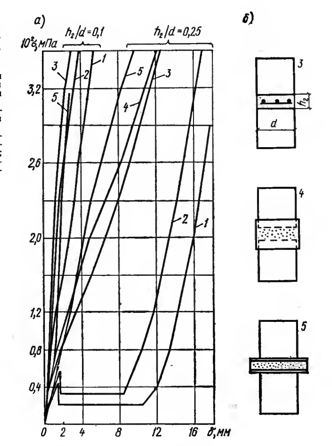


Рис. V.11. Податливость горизонтальных растворных швов

а — графики σ—δ для швов с относительной толщиной $h_2/d=0{,}1$ и 0,25; *б* — схемы конструкций швов; *1* — открытые сбоку швы без усиления, марка раствора 15 МПа; *2* — то же, 24 МПа; *3* — усиленные сетками; *4* — закрытые кольцевой обоймой; *5* — закрытые с фланцами

Закрытые швы (серия 2) имитировались в испытаниях обоймами и фланцами (рис. V.11,*б*). В натурных условиях в закрытых швах (например, заглубленных в перекрытия) эффект обоймы значительно усиливается по сравнению с открытым швом, за счет невозможности бокового выдавливания и выкрашивания раствора. Вторая серия испытаний показала, что усиленные и закрытые швы даже относительно большой толщины ($h/d=0{,}25$) ведут себя принципиально так же, как и тонкие открытые швы — диаграммы их деформирования в обоих случаях близки к линейным.

Из табл. V.2 видно также, что для открытых швов их толщина очень значительно сказывается на коэффициенте податливости λ_c. Используя данные табл. V.2 в формуле (V.36), легко получить значение усредненного модуля деформаций, учитывающего податливость шва в зависимости от его толщины.

№ серии	Кубиковая прочность раствора на сжатие, МПа	Относительная толщина шва, $h_з/d$	Секущий модуль E_2, МПа	Секущий коэффициент податливости $10^3\lambda_c$, см/МПа	Диапазон σ, МПа, в пределах которого действительны эти E_2 и λ_c	Примечание
1	15	0,1 0,23	635 615	1,33 3,33	1—80 1—45	Открытые с боков, без усиления, кратковременное действие сжатия
	24	0,1 0,25	980 800	0,85 2,72	1—170 1—55	
2	26 24	0,1 0,25	1130 675	0,75 3,16	1—110 1—65	Усилены сетками из проволоки Ø 3 мм
	26	0,25 0,1	700 965	3 0,83	1—250 1—200	С кольцевой металлической обоймой
		0,23	935	2,14	1—200	С фланцами

ГЛАВА VI. НЕМОНОТОННЫЕ ПО ВЫСОТЕ НЕСУЩИЕ КОНСТРУКЦИИ И СИСТЕМЫ

§ 1. ПЕРЕМЕННАЯ ПО ВЫСОТЕ ЖЕСТКОСТЬ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

В зданиях большой высоты целесообразно менять несущую способность сечения вертикальных несущих конструкций соответственно изменению усилий по высоте здания. Обычно сечения меняют ступенчато в одном, двух местах по высоте. В зданиях очень большой высоты возможно плавное изменение сечений вертикальных несущих конструкций.

Чаще всего изменения касаются толщины стенок диафрагм (ядер), марки бетона, либо того и другого вместе. При этом предпочтительно сохранить для всех i участков с разным сечением (рис. VI.1) справедливыми следующие соотношения:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_i = \text{const} \quad \text{и} \quad B_1/B_1^0 = B_2/B_2^0 = \ldots = B_i/B_i^0 = \text{const}, \quad (\text{VI}.1)$$

причем центры тяжести сечений всех участков должны лежать на одной вертикали.

В таком случае остаются в силе все формулы для усилий в столбах, приведенные в гл. III. Если условие (VI.1) соблюдается для суммарных жесткостей глухих и проемных конструкций

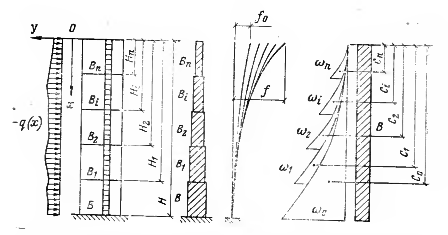


Рис. VI.1. Расчетная схема и деформация диафрагмы со ступенчато-переменной жесткостью

несущей системы по всем участкам с разными сечениями, то сказанное относится и к несущим системам.

Если условие (VI.1) оказывается невыполнимым, задача расчета сводится к решению системы уравнений (III.44).

$$N_i'' - \lambda_i^2 N_i = \frac{1}{s_i}\left(\frac{M^{в}}{\bar{B}_i} - \frac{M^{0}}{B_i}\right) \ (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \qquad \text{(VI.2)}$$

записываемых для каждого участка, в пределах которого сечения элементов и марка бетона постоянны [в (VI.2) обозначения те же, что и к формуле (III.44), а n обозначает число участков с разными жесткостями].

На каждом участке решение уравнения (VI.2) имеет вид:

$$N_i = C_i \operatorname{sh} \lambda_i x + D_i \operatorname{ch} \lambda_i x + P_i\ (x), \qquad \text{(VI.3)}$$

где $P_i(x)$ — многочлен, зависящий от нагрузки (см. гл. III).

Постоянные интегрирования C_i и D_i определяются из краевых условий (III.40) и условий на границах участков

$$N_i\ (x_i) = N_{i+1}\ (x_i); \quad N_i'\ (x_i) = N_{i+1}'\ (x_i). \qquad \text{(VI.4)}$$

Для определения прогиба симметричной несущей системы с жесткостью, меняющейся по условию (VI.1), воспользуемся тем, что кривизна столба сплошного сечения $1/\rho = M/B$, и потому влияние переменной жесткости B может быть заменено соответственным изменением M. Это позволяет найти прогиб ядра или диафрагмы со ступенчатым изменением B (при известном M), как прогиб консоли постоянного сечения, загруженной фиктивной нагрузкой в виде приведенной эпюры моментов, ступенчато распределенной по высоте диафрагмы (см. рис. VI.1).

В качестве коэффнциентов приведення ордннат эпюры моментов иадо прннять $k_i=B/B_i$.

Момеит в заделке фиктивной консоли (см. рнс. VI.1)

$$\overline{M}=\sum_{i+1}^{n}\omega_i c_i,$$

и, следовательно, прогнб консоли со ступенчато меняющейся жесткостью

$$f=\frac{1}{B}\sum_{i=1}^{n}\omega_i c_i, \qquad \text{(VI.5)}$$

где, согласно рис. VI.1 и принятому порядку приведения эпюры M,

$$\omega_i=\omega_{0\,i}\,(k_i-k_{i-1}); \qquad \text{(a)}$$

ω_{0i} — часть площади ω_0 в пределах длины участка H_i.

Подставляя в (VI.5) выраженне (a), получнм (см. рнс. VI.1)

$$f=\frac{\omega_0\,c_0}{B}+\sum_{i=1}^{n}f_{0\,i}\left(1-\frac{k_{i-1}}{k_i}\right), \qquad \text{(VI.6)}$$

где $$f_{0\,i}=\omega_{0\,i}\,k_i\,c_i/B.$$

Площади ω_{0i} и расстояння до нх центров тяжестн определяются графическн после построения приведениой эпюры моментов.

Имея в виду, что f_{0i} — прогнб верха столба днафрагмы высотой H_i с постояниой жесткостью B_i, можио в частном случае глухой диафрагмы, загруженной трапецневндной эпюрой иагрузки, определять f_{0i} по (II.15), причем $H=H_i$, $B^0=B_i$ н коэффнцнент a заменяется коэффициентом a_i:

$$a_i=1+\frac{a-1}{H}\,H_i. \qquad \text{(VI.7)}$$

Прогибы f_{0i}, входящне в (VI.6), для диафрагмы с проемамн приблнженно можно определнть, не прнбегая к отысканию площадей н центров тяжести участков эпюры моментов.

Как показано в § 3 гл. III (см. рнс. III.17), момент в любом столбе днафрагмы выше сечення, где $Q_п$ нмеет максимум, может быть прнближенно найден нз формулы (III.82). Совмещая с этнм сечением границу инжнего участка с постояиной жесткостью B, получаем возможность найтн прогнбы для участков, лежащнх выше этого сечення, по формуле (II.15), как для беспроемной днафрагмы.

Прнняв прнблнжеино (с избытком), что иа нижнем участке длнной $(H-H_1)$ эпюра моментов — трапецня, иайдем значение первого члена правой частн формулы прогнбов (VI.6):

$$f_0 = \frac{\omega_0 c_0}{B} = \frac{M_н \, (2H^2 - H H_1 - H_1^2)}{6B} +$$

$$+ \frac{M_{н1} \, (H^2 + H H_1 - 2H_1^2)}{6B} - \frac{4a_1 + 11}{120 B^0} \, q H_1^4, \qquad (VI.8)$$

где $M_н$ и $M_{н1}$ — изгибающие моменты соответственно в опорном сечении и в сечении, где меняется жесткость B на B_1 для рассматриваемого (i-го) столба диафрагмы с проемами; B и B^0 — жесткость нижнего участка рассматриваемого столба и всей диафрагмы (III.43).

Остальные члены формулы (VI.6) определяются по (II.15)

$$f_{0\,i} = -\frac{4a_i + 11}{120 B_i^0} \, q H_i^4, \qquad (VI.9)$$

куда q подставляется, как и в (VI.8), со знаком минус.

§ 2. КОМБИНИРОВАННЫЕ ВЕРТИКАЛЬНЫЕ НЕСУЩИЕ КОНСТРУКЦИИ И СИСТЕМЫ

В нижних этажах панельных (бескаркасных) зданий повышенной этажности нередко размещаются помещения, для которых предпочтительна каркасная схема. Поддерживающие рамы нижнего этажа могут иметь различные схемы и комбинироваться со стенками жесткости (рис. VI.2,*а*). Несущие системы такого типа называются комбинированными [24]. В общем случае поддерживающие конструкции и вертикальные диафрагмы верхней бескаркасной части здания хотя и располагаются в одной плоскости, но могут быть несимметричны (рис. VI.2). В пределах монотонной бескаркасной части остаются в силе уравнения (III.44), но граничные условия (III.40) теперь будут иными:

$$N\,(0) = 0; \quad N'\,(H) = \alpha_0 / s, \qquad (VI.10)$$

где α_0 (рис. VI.2, *г*) — угол взаимного сдвига столбов диафрагмы в уровне опирания на раму, т. е. в сечении $x = H$.

Нижнее граничное условие вытекает из того, что при $x = H$

$$\alpha_2\,(H) = s N'\,(H),$$

и, так как $\alpha_2(H) = \alpha_0$, получаем второе условие (VI.10). Решая уравнение (III.44), найдем, следуя [24], с учетом граничного условия вверху здания

$$N\,(x) = \frac{\overline{B}}{b B^0} \left[M^0\,(x) - \frac{B}{\overline{B}}\, M^в\,(x) + \frac{q}{\lambda^2} \left(\text{ch}\,\lambda x - \frac{a-1}{H}\, x - 1 \right) \right] +$$

$$+ C_1 \,\text{sh}\,\lambda x. \qquad (VI.11)$$

Постоянную C_1 найдем из второго граничного условия (VI.10), приняв во внимание, что α_0 равен также углу наклона

поддерживающей рамы, который может быть записан через перерезывающую силу в ригеле X_1 (рис. VI.2,г),

$$\alpha_0 = \frac{l^3\,\gamma_p}{12\,B_p\,b}\;X_1 = s_p\,X_1. \qquad \text{(VI.12)}$$

Усилие X_1 зависит от внешней нагрузки и неизвестных усилий N и M, передающихся на раму столбами диафрагмы. Так как

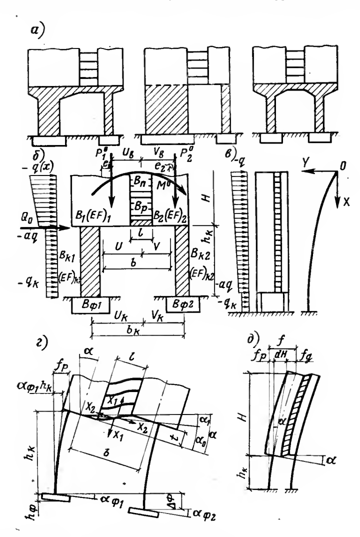


Рис. VI.2. Комбинированные несущие конструкции

а — варианты конструктивных схем; *б*, *в* — расчетные схемы опорной части и всей конструкции; *г*, *д* — то же, деформированное состояние

внешние нагрузки известны, а M может быть выражена через M^0 и N, то

$$X_1 = \frac{s}{s_p} N' (H) = \varphi_0 + \varphi_1 N (H), \qquad (VI.13)$$

где φ_i — коэффициенты, известные при численном решении.

Заменяя в (VI.13) $N(H)$ и $N'(H)$ их значениями по (VI.11), выраженными через C_1, получаем уравнение, из которого находим вторую постоянную интегрирования C_1.

После вычисления C_1 усилия $N(x)$ в столбах диафрагмы определяются из (VI.11), а моменты — по формуле (III.66).

Перерезывающая сила в перемычках диафрагмы на уровне x

$$\overline{Q}_п (x) = \frac{\overline{B}h}{b B^0} \left[Q^0 (x) + m^э - \frac{B}{\overline{B}} m^в + \frac{q}{\lambda} \left(\operatorname{sh} \lambda x - \frac{a-1}{\lambda H} \right) \right] + + C_1 \lambda H \operatorname{ch} \lambda x. \qquad (VI.14)$$

Поперечная сила равна: в первом столбе диафрагмы

$$Q_1 (x) = \frac{B_1}{B} [Q^0 (x) + m^э] + \frac{\overline{Q}_п (x)}{h} \left(u - \frac{b B_1}{B} \right) - m_1^э; \qquad (VI.15)$$

во втором столбе $Q_2 = Q^0 - Q_1$.

В формулах (VI.10)—(VI.15) γ_p — по (V.13) или (V.33) для ригеля поддерживающей рамы; $B_p = EJ_p$ — изгибная жесткость ригеля рамы $m^э = m_1^э + m_2^э$; $m_i^э = p_i^\theta e_i$; остальные обозначения те же, что в формулах (III.7)—(III.9).

Для решения рассматриваемой задачи надо знать величину

$$X_1 = (\delta_{12} \delta_{2 p \Delta} - \delta_{22} \delta_{1 p \Delta}) / (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2), \qquad (VI.16)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&\delta_{12} = h_к (w_1 - w_2);\\
&\delta_{11} = u_к r_1 + v_к r_2 + b_к^2 \left(\frac{h_к}{\overline{B}_к} + \frac{1}{\overline{B}_ф} \right) + \frac{l^3 \gamma_p}{12 B_p};\\
&\delta_{22} = h_к^2 (t_1 + t_2);\\
&\delta_{1 P \Delta} = -n_1 M' - n_2 (Q^0 + m^э) - n_3 P_1 + n_4 P_2 + n_5 N - n_6 N' + \\
&\qquad + h_к (m_1^э w_1 + m_2^э w_2);\\
&\delta_{2 P \Delta} = -n_7 M^0 - n_8 (Q^0 + m^э) - n_9 P_1 - n_{10} P_2 + n_{11} N - n_{12} N' + \\
&\qquad + h_к^2 (m_1^э t_1 + m_2^э t_2),
\end{aligned}\right\} \qquad (VI.17)$$

где все усилия принимаются для сечения $x = H$, причем:

$$\left.\begin{aligned}
&P_1 = \frac{P_1^0 (H) + P_2^0 (H)}{1 + \beta}; \quad P_2 = P_1 (H) \beta;\\
&Q^0 = -q H \frac{a+1}{2} - q_к \frac{h_к}{2};
\end{aligned}\right\} \qquad (VI.18)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
& n_1 = \frac{1}{B}\ (B_1 r_1 + B_2 r_2);\quad n_2 = \frac{h_к}{B}\ (B_1 w_1 + B_2 w_2);\\
& n_3 = (u_к - u)\ r_1 + \frac{h_к}{(EF)_{к\,1}} + \frac{1}{(cF)_{ф\,1}};\quad n_4 = (v_к - v)\ r_2 + \\
& \qquad + \frac{h_к}{(EF)_{к\,2}} + \frac{1}{(cF)_{ф\,2}};\\
& n_5 = n_3 + n_4 + b\,n_1;\quad n_6 = h_к\ (u\,w_1 + v\,w_2) - b\,n_2;\\
& n_7 = \frac{h_к}{B}\left(\frac{B_1 w_1}{u_к} - \frac{B_2 w_2}{v_к}\right);\\
& n_8 = \frac{h_к^2}{B}\ (B_1 t_1 - B_2 t_2);\quad n_9 = \left(1 - \frac{u}{u_к}\right) h_к w_1;\\
& n_{10} = \left(1 - \frac{v}{v_к}\right) h_к w_2;\\
& n_{11} = n_9 - n_{10} + b\,n_7;\quad n_{12} = h_к^2\ (u\,t_1 - v\,t_2) - b\,n_8;\\
& r_1 = u_к\left(\frac{h_к}{B_{к\,1}} + \frac{1}{B_{ф\,1}}\right);\quad w_1 = u_к\left(\frac{h_к}{2\,B_{к\,1}} + \frac{1}{B_{ф\,1}}\right);\\
& t_1 = \frac{h_к}{3\,B_{к\,1}} + \frac{1}{B_{ф\,1}};\quad B_{ф\,i} = (c\,J)_{ф\,i};
\end{aligned}
\right\}
\quad (VI.19)
$$

c — коэффициент податливости основания (II.37).

Коэффнцненты r_2, w_2 и t_2 получаются из соответствующих коэффнцнентов с индексом 1 заменой: $u_к$ на $v_к$ н $B_{к1}$, $B_{ф1}$ на $B_{к2}$, $B_{ф2}$ (остальные обозначеиия по рис. VI.2).

Еслн диафрагма симметрична относительно оси проемов, то коэффициеиты n_i упрощаются. В этом случае можно получить значенне C_1 в замкнутой форме

$$
C_1 = \frac{q\,\overline{B}}{D\,b\,B^0\,\lambda^2}\ [(A - \eta)\ \mathrm{ch}\,\lambda\,H + \eta\,a] + \frac{\eta}{D}\left[\left(\frac{r}{n_5} - \frac{\overline{B}}{b\,B^0}\right) M^0\ (H) + \right.
$$

$$
\left. + \frac{h_к w}{n_5}\ Q^0\ (H)\right], \quad (VI.20)
$$

где $D = \mathrm{ch}\lambda H + \eta\,\mathrm{sh}\lambda H$;

A — определяется по (III.64). (VI.21)

$$
\eta = \frac{n_5\,B_п}{h\,B_р\,\lambda\,(n_{13} + b\,s_р)}; \quad (VI.22)
$$

$$
r = \frac{b}{2}\left(\frac{h_к}{B_{к\,1}} + \frac{1}{B_{ф\,1}}\right);\quad w = \frac{b}{2}\left(\frac{h_к}{B_к} + \frac{1}{B_{ф\,i}}\right);
$$

$$
n_{13} = b^2\left(\frac{h_к\,B_к^0}{B_к\,\overline{B}_к} + \frac{B_ф^0}{B_ф\,\overline{B}_ф}\right);
$$

$$
B_к = \Sigma\,B_{к\,i} = 2\,B_{к\,i};\quad B_ф = \Sigma\,B_{ф\,i} = 2\,B_{ф\,i};
$$

$$
\overline{B}_ф = \frac{(cF)_{ф\,i}\ b^2}{2};\quad \overline{B}_к = \frac{(EF)_{к\,i}\ b^2}{2};
$$

$$n_5 = b\,r + 2\left(\frac{h_к}{E F_{к1}} + \frac{1}{c F_{ф1}}\right).$$

Величина C_1 часто определяется как разность близких чисел, и потому для ее вычисления требуется высокая точность. Если $\lambda H \geqslant 5$, максимальный момент в опорном сечении $(x=H)$ столба симметричной диафрагмы (при $m^э=m^в=0$) приближенно определяется по упрощенной формуле

$$M\ (H) = \frac{B_i}{B^0}\left[M^0\ (H) - \frac{\overline{B}\,q\left(\frac{a+1}{2}\,\lambda\,H - \frac{a-1}{\lambda\,H} - a\right)}{\lambda^2\,B\ (1+\eta)}\right]. \quad (VI.23)$$

Значение X_2 понадобится для расчета поддерживающей конструкции (рамы)

$$X_2 = -\,\frac{\delta_{11}\,\delta_{2\,p\,\Delta} - \delta_{12}\,\delta_{1\,p\,\Delta}}{\delta_{11}\,\delta_{22} - \delta_{12}^2}\,, \quad (VI.24)$$

где все δ_{ii} вычисляются по (VI.19) (в симметричной схеме $X_2=0$).

Полный прогиб вершины (рис. VI.2,*д*)

$$f = f_д + f_р + \alpha\,H, \quad (VI.25)$$

где $f_д$ — перемещение только от изгиба диафрагмы; $f_р$ — перемещение верха рамы с учетом податливости фундаментов, причем

$$f_д = f^0 + \frac{m^э + m^в}{3\,B^0}\,H^3 + \frac{1}{\lambda^2\,B}\left\{\frac{\overline{B}\,q}{B^0\,\lambda^2}\left[\mathrm{ch}\,\lambda\,H + \left(\frac{2\,a+1}{6}\,\lambda\,H - \mathrm{sh}\,\lambda\,H\right)\lambda\,H - 1\right] + b\,C_1\ (\mathrm{sh}\,\lambda\,H - \lambda\,H\,\mathrm{ch}\,\lambda\,H)\right\}; \quad (VI.26)$$

$$f_р = h_к\left\{w_1\left[\frac{M_1}{u_к} + \left(1 - \frac{u}{u_к}\right)(P_1 - N) - X_1\right] + h_к\,t_1\ (Q_1 - X_2)\right\}; \quad (VI.27)$$

$$\alpha = r_1\left[\frac{M_1}{u_к} + \left(1 - \frac{u}{u_к}\right)(P_1 - N) - X_1\right] + \frac{h_к\,w_1}{u_к}\ (Q_1 - X_2), \quad (VI.28)$$

где f^0 вычисляются по (II.15).

Прогиб в произвольном уровне x $(x<H)$ составит:

$$\overline{y}\ (x) = \overline{y}_д + f_р + \alpha\ (H - x), \quad (VI.29)$$

где $\overline{y}_д$ определяют по (I.8) через M_i (III.66).

Плоскопараллельные несущие системы, образованные разнотипными комбинированными конструкциями в сочетании с глухими и проемными конструкциями, сохраняющими монотонную структуру до самого фундамента (рис. VI.3,*а—в*), можно рассчитывать при симметричном и несимметричном плане способом распределения нагрузки [23].

Заменим внешнюю горизонтальную нагрузку на здание совокупностью сосредоточенных неизвестных сил G, приложенных в n точках пересечения перекрытий с осями вертикальных несущих конструкций 1, 2, ..., j, ..., m. Полагая перекрытия жест-

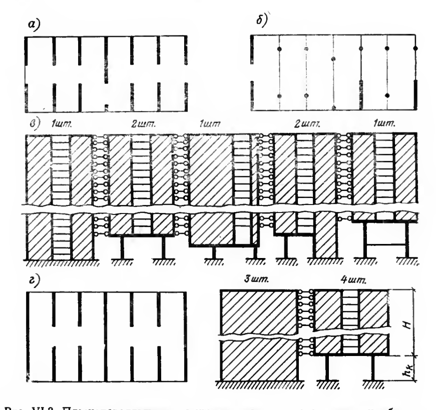


Рис. VI.3. Плоскопараллельные несущие системы с разнотипными комбинированными и монотонными конструкциями

а — план типового этажа; *б* — план первого этажа; *в* — плоская расчетная схема; *г* — система, рассчитываемая непосредственно по формулам, приведенным в § 2 гл. VI (конструкции, обеспечивающие жесткость в продольном направлении, на рисунке условно не показаны)

кими в своей плоскости, запишем зависимость между перемещениями различных конструкций в уровне k:

$$(\bar{y}_{kj} - \bar{y}_{kj+1})/t_{jj+1} = (\bar{y}_{k1} - \bar{y}_{km})/t_{1m}. \qquad \text{(VI.30)}$$

Таких уравнений можно написать столько, сколько есть промежуточных конструкций, т. е. $m-2$. Недостающие два уравнения получим из условий равновесия

$$\sum_{j=1}^{m} G_{kj} = W_k; \qquad \text{(VI.31)}$$

$$\sum_{j=1}^{m} G_{kj}\, a_j = 0, \qquad \text{(VI.32)}$$

где W_k — равнодействующая внешней горизонтальной нагрузки в уровне k; t_{ij} — расстояние в плане между конструкциями i и j.

Перемещение $\overline{y}_{kj}$ можно выразить через неизвестные пока силы G_{kj}:

$$\overline{y}_{kj} = (\overline{y}_{k1} G_1 + \overline{y}_{k2} G_2 + \ldots \overline{y}_{kn} G_n)_j = \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_{kij} G_{ij}, \qquad (VI.33)$$

где $\overline{y}_{kij}$ — единичное перемещение в уровне k конструкции j от силы $G_{ij} = 1$, прилагаемой в точке ij.

Подставляя (VI.33) в (VI.30), придем к каноническому виду системы трехчленных уравнений:

$$t_j \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_{ki,\, j-1} G_{ij-1} - (t_{j-1} + t_j) \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_{kij} G_{ij} +$$

$$+ t_{j-1} \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_{ki,\, j+1} G_{ij+1} = 0 \qquad (VI.34)$$

$$(k = 1, 2, \ldots, i, \ldots, n; \quad j = 1, 2, \ldots, m),$$

где, для сокращения записи, обозначено $t_j = t_{jj+1}$.

Решение системы (VI.34) вместе с n дополнительных уравнений (VI.31), (VI.32) позволяет определить все неизвестные силы G_{kj}. Зная эти силы, рассчитываем каждую вертикальную несущую конструкцию на приложенные к ней сосредоточенные усилия по формулам (III.86) и (III.66). Для упрощения расчета можно систему сосредоточенных сил привести к эквивалентной нагрузке, распределенной по закону трапеции [см. § 2 гл. II, формулы (II.5) и (II.6)].

Единичные перемещения $\overline{y}_{k\,ij}$, входящие в уравнения системы (VI.34), определяются для монотонных односвязных конструкций непосредственно по формуле (III.87) (рис. III.13) для комбинированных конструкций по формуле (VI.29), но от сосредоточенной силы.

Во многих случаях здания комбинированной системы выполняются с симметричной в плане плоскопараллельной схемой (рис. VI.3,*г*). В таком случае несущая система может быть рассчитана непосредственно по формулам, приведенным в данном параграфе, с учетом следующих особенностей. Должно быть учтено число однотипных диафрагм (гл. III. § 3). Смещение рамы в данном случае не свободно, а связано с перемещением глухих диафрагм. Так как глухие диафрагмы на уровне верха рамы обладают гораздо меньшей боковой податливостью, чем рамы, можно принять при достаточно жестких в своей плоскости перекрытиях, что смещение рам в уровне их верха равно смещению в этом уровне глухих диафрагм. При неподатливом основании и небольшой высоте рам можно принять это смещение равным нулю, что упростит определение C_1 (VI.20). Усилия в проемной диафрагме найдутся по формулам (VI.11),

(III.66) и (VI.14), (VI.15), а изгибающие моменты в глухих диафрагмах на уровне верха рамы по формуле (III.66). Поперечная сила проемных диафрагм передается диском перекрытия в уровне верха рам на глухие диафрагмы, в заделке которых в связи с этим возникает дополнительный изгибающий момент. Полный момент в заделке глухих диафрагм можно найти по (III.66), приняв в этом выражении: M^0 для заделки, т. е. для высоты $(H+h_к)$, B равной сумме жесткостей только глухих диафрагм, а $N=N(H)$, где $N(H)$ определено по (VI.11) суммарно для всех проемных диафрагм.

Анализ полученных расчетных формул и выполненных примеров показывает, что при некоторой заданной жесткости всех элементов диафрагмы с увеличением деформативности рамы и основания раздельных фундаментов уменьшается момент в заделке и увеличивается N, так как возрастает изгиб связей. При этом увеличиваются отрицательный момент и зона его распространения. В пределе при шарнирном опирании на колонны по всей высоте диафрагмы момент отрицателен.

В связи с этим работа связей (перемычек) в комбинированной конструкции существенно отличается от их работы в диафрагме с жестко защемленными внизу столбами. Те значения λH и B/B^0, при которых жестко-защемленная диафрагма работала бы как два шарнирно связанных столба, в комбинированной диафрагме с податливой рамой приведут к значительным отрицательным моментам и кривизне другого знака по всей высоте диафрагмы.

Приведенные в этом параграфе выкладки и расчетные формулы справедливы и для более простых схем, как, например, при неподатливых фундаментах ($c_ф=\infty$), при податливых фундаментах, но неподатливых рамах ($B_{ki}=B_р=\infty$) при опирании столбов непосредственно на раздельные фундаменты и т. п. Последний случай подробно рассмотрен нами в [23].

§ 3. НЕСУЩИЕ СИСТЕМЫ С РОСТВЕРКАМИ В УРОВНЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ЭТАЖЕЙ. КОЭФФИЦИЕНТ НЕРАВНОМЕРНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Несущие системы с ростверками (см. рис. I.10) относятся к классу немонотонных по высоте, так как ростверки могут располагаться на различных расстояниях, а число их недостаточно для перехода к дискретно-континуальной расчетной модели. В силу этих причин для расчета таких систем примем дискретную расчетную модель (§ 3 гл. I), показанную на рис. VI.4.

Ростверк представляет собой систему перекрестных железобетонных балок-стенок с преднапряженной или жесткой арматурой, а перекрытия образуют верхнюю и нижнюю полки этой коробчатой многозамкнутой конструкции (рис. VI.5). Податливость ростверка влияет на усилия во всей несущей системе (см. пример 17 в гл. X). При очень жестком ростверке, в основной

Рис. VI.4. Несущая система с ростверками

а — плоская расчетная схема; *б* — основная система метода сил; *в* — единичные эпюры нормальных сил и моментов и эпюра моментов от нагрузки; *г*, *д* — распределение N между колоннами; *е* — изгибающий момент в ростверке

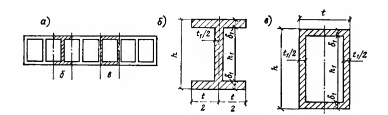


Рис. VI.5. Ростверковые перекрытия — технические этажи

а — поперечное сечение ростверка и выделенные из него: *б* — двутавровое и *в* — коробчатое сечения [к определению коэффициента $\varkappa$ усреднения сдвига [формула VI.47)]

системе по рис. VI.4,б все побочные перемещения $\delta_{ij}=0$, и потому имеем n отдельных уравнений.

$$\delta_{ii}\ X_i+\delta_{ip}=0, \qquad (VI.35)$$

где при действии горизонтальной нагрузки

$$\delta_{ii}=\int \frac{M_i^2\,dx}{EJ_i}+\int \frac{N_i^2\,dx}{EF_i}=\left(\frac{k^2\,b^2}{EJ_i}+\frac{2}{EF_i}\right)H_i; \qquad (VI.36)$$

$$\delta_{ip}=\int \frac{M_i\,M_p\,dx}{EJ_i}=-\frac{\Omega_i\,k\,b}{EJ_i}; \qquad (VI.37)$$

X_i — усилие в одной колонне на стороне, перпендикулярной плоскости изгиба; Ω_i — площадь эпюры M_p в пределах участка H_i; EJ_i — изгибная жесткость горизонтального сечения ядра на участке i; EF_i — осевая жесткость одной колонны на участке i;

$$k=r+\frac{s}{3}\left(\frac{s-1}{s+1}\right), \qquad (VI.38)$$

r — число колонн на каждой стороне плана, перпендикулярной плоскости изгиба, включая угловые колонны (см. рис. VI.4,д); s — число колонн на каждой стороне плана, параллельной плоскости изгиба, исключая угловые колонны.

Из уравнений (VI.35) найдем неизвестные нормальные силы в колоннах $N_i=X_i$ во всех уровнях i, а зная их, определим изгибающие моменты: в любом сечении x ствола-ядра

$$M\ (x)=M_p\ (x)-N_i\,k\,b, \qquad (VI.39)$$

и в узле примыкания ростверка i к стволу (рис. VI.4,е)

$$M_i=k\ (N_i-N_j)\ \frac{b-a}{2} \qquad (VI.40)$$

(возможные эпюры $M(x)$ в ядре-стволе и N_i в колоннах показаны на рис. I.10).

Деформация ростверка, которую можно приближенно представить в форме цилиндрического изгиба, учитывается добавлением к формуле (VI.36)

$$\delta_{ii}^{p}=k^2\,b^3/6\ [B]_p, \qquad (VI.41)$$

она сопровождается появлением побочных перемещений (рис. VI.4,г)

$$\delta_{ij}=-k^2\,b^3/12\ [B]_p. \qquad (VI.42)$$

Так как теперь побочные перемещения не равны нулю, неизвестные $X_i, \ldots, X_n$ определятся из системы уравнений метода сил

(VI.43)

№	X_1	X_2		X_i	X_j	X_k		X_m	X_n	Груз. члены
1	δ_{11}	δ_{12}		0	0	0		0	0	δ_{1p}
j				δ_{ji}	δ_{jj}	δ_{jk}		0	0	δ_{jp}
n								δ_{nm}	δ_{nn}	δ_{np}

Перемеещние δ_{ip} не изменятся, так как дополнительные эпюры N и M от единичных сил $X_i=1$ и эт нагрузки остаются взаимно нулевыми.

В формулах (VI.41) и (VI.42) $[B]_p$ — приведенная изгибно-сдвиговая жесткость вертикального сечения ростверка, равная:

$$[B]_p = \frac{1}{\frac{1}{EJ_p} + \frac{\varkappa\, k_1 \cdot 12}{GF_p\, k^2 b^4}}, \qquad \text{(VI.44)}$$

где

$$k_1 = r^2 + \frac{s^2}{12}\left(\frac{s-1}{s+1}\right)^2; \qquad \text{(VI.45)}$$

EJ_p, GF_p — изгибная и сдвиговая жесткости вертикального сечения ростверка; $\varkappa$ — коэффициент иеравиомерности напряжений сдвига для сложиых сечений, равный

$$\varkappa = \frac{F}{J_x^2}\int\limits_F \frac{S_x^2\, dF}{t^2}, \qquad \text{(VI.46)}$$

где F — площадь поперечного сечения; J_x — момент инерции относительно нейтральной оси; S_x — статический момент части сечення лежащей выше полоски $dF=tdh$, взятый относительно той же осн; t — ширина сечения в рассматриваемом уровне.

Для коробчатого или двутаврового сечения (рис. VI.5,*б* и *в*), выполнив операции по формуле (VI.46), найдем:

$$\varkappa = \frac{4{,}5\,(1-\varphi+\xi\varphi)}{(1-\varphi^3+\xi\varphi^3)^2}\left\{\frac{4}{15}+\left(\frac{1}{\xi}-1\right)\times\right.$$
$$\left.\times\,\varphi\left[\frac{1}{2}-\varphi^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{15}\xi\right)\varphi^4\right]\right\}, \qquad \text{(VI.47)}$$

где

$$\varphi = \frac{h_1}{h} \quad \text{и} \quad \xi = \frac{t_1}{t}.$$

Если $\varphi=\xi=1$, то

$$\varkappa = 4{,}5\,\frac{4}{15} = 1{,}2,$$

как и должно быть для прямоугольного сечения.

Для двутаврового сечения, например, при $\varphi=0{,}9$ и $\xi=0{,}1$ имеем:

$$\varkappa = \frac{4{,}5\cdot 0{,}19}{0{,}344^2}\left[\frac{4}{15}+8{,}1\left(\frac{1}{2}-0{,}81+\frac{71}{150}\,0{,}9^4\right)\right] =$$
$$=7{,}23\left[\frac{4}{15}+8{,}1\,(-0{,}31+0{,}310554)\right]=1{,}96.$$

Отметим, что выражение в круглых скобках содержит разность близких чисел, и потому для получения точного значения $\varkappa$ это выражение должно вычисляться возможно более точно.

Приближенно для двутаврового швеллерного и коробчатого сечения

$$\varkappa = F/F_c, \qquad (VI.48)$$

где F и F_c — площадь соответственно всего поперечного сечения и стенки (или стенок, если их несколько).

Для рассмотренного только что примера

$$\varkappa = \frac{1-\varphi+\xi\varphi}{\xi} = \frac{0,19}{0,1} = 1,9,$$

что дает ошибку около 3%.

ГЛАВА VII. РАБОТА ПЕРЕКРЫТИЙ В НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЕ МНОГОЭТАЖНОГО ЗДАНИЯ

§ 1. ПЕРЕКРЫТИЯ КАК ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ДИАФРАГМЫ, ПОДАТЛИВЫЕ В СВОЕЙ ПЛОСКОСТИ

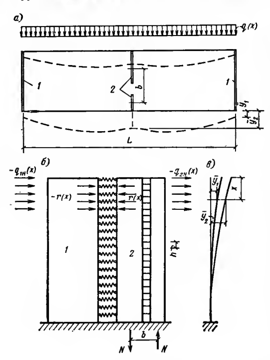


Рис. VII.1. Схема односвязной несущей системы с перекрытиями, деформируемыми в своей плоскости

а — план; *б* — плоская расчетная схема; *в* — эпюры консольных прогибов глухой ($\bar{y}_1$) и проемной ($\bar{y}_2$) диафрагм

Влияние податливости перекрытий на работу плоскопараллельной несущей системы. В многоэтажных зданиях железобетонные перекрытия выполняют роль горизонтальных диафрагм, распределяя нагрузки (усилия) между вертикальными несущими конструкциями. При этом важно правильно оценить действительную изгибную и сдвиговую жесткость перекрытия в своей плоскости. С этой целью нами были проведены исследования, освещаемые далее. Пока будем считать эти жесткости известными.

Введем в расчетной схеме здания (рис. VII.1,*а*) упругие связи между сплошными диафрагмами и диафрагмой с проемами (рис. VII.1,*б*) [23]. Податливость этих «пружин-

ных» связей φ примем равной прогибу перекрытий в своей плоскости под действием единичной сосредоточенной силы, приложенной в середине пролета L.

От внешней горизонтальной нагрузки, воспринимаемой перекрытиями, возникают погонные по высоте здания давления на вертикальные диафрагмы:

$$q_1(x) = q_{1\,\text{н}}(x) + r(x); \quad q_2(x) = q_{2\,\text{н}}(x) - r(x), \qquad (\text{VII.1})$$

где $q_{1\text{н}}$ и $q_{2\text{н}}$ — погонные давления, передающиеся соответственно на обе сплошные диафрагмы (суммарно) и на диафрагму с проемами, по закону распределения опорных реакций в неразрезной балке на жестких опорах, сопротивляющейся изгибу и сдвигу; при этом $q_{1\text{н}}+q_{2\text{н}}=qL$; $\pm r$ — поправка к $q_{1\text{н}}$ и $q_{2\text{н}}$, т. е. усилие взаимодействия диафрагм сплошной и с проемами, связанное с фактическим различием их прогибов.

Согласно [48],

$$q_{1\,\text{н}} = \frac{qL}{12}\left(5 - \frac{1-m}{2-m}\right), \qquad (\text{VII.2})$$

где

$$m = \frac{9}{6 + \dfrac{L^2 GF}{9{,}6\,EJ}}, \qquad (\text{VII.2,a})$$

GF и EJ — сдвиговая и изгибная жесткость поперечного сечения перекрытия (определяемые по рекомендациям следующего пункта) $q=q(x)$ — горизонтальная нагрузка на 1 м² фасада здания на уровне x от его верха.

$$q_{2\,\text{н}} = qL - q_{1\,\text{н}}.$$

Согласно рис. VII.1,*б* и формул (1.6), (I.8),

$$r(x) = \varphi\,(\bar{y}_2 - \bar{y}_1), \qquad (\text{VII.3})$$

где

$$\varphi = \frac{4}{hL\left(\dfrac{L^2}{12EJ} + \dfrac{1{,}2}{GF}\right)}. \qquad (\text{VII.4})$$

Усилия, возникающие в рассматриваемой несущей системе с податливыми в своей плоскости перекрытиями, могут быть найдены из решения системы дифференциальных уравнений [23]

$$\left.\begin{aligned} N'' &= \lambda_2^2 N - \frac{M^{\text{г}} - M_1}{sB_2};\\ M_1'' &= -(q_{1\,\text{н}} + r);\\ r'' &= \frac{\varphi}{B_2}\left(Nb - M^{\text{г}} + \frac{B}{B_1}M_1\right), \end{aligned}\right\} \qquad (\text{VII.5})$$

в которой первое уравнение есть (III.44) для проемной диафрагмы, второе — известное дифференциальное уравнение изгиба сплошного бруса, а третье уравнение получается из (VII.3) после двойного дифференцирования с учетом

$$\bar{y}_i'' = y_i'' = -\frac{M_i}{B_i}.$$

Система (VII.5) решается при граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned} &N\,(0)=0;\quad M_1\,(0)=0;\quad r\,(H)=0;\\ &N'\,(H)=0;\quad M_1'\,(H)=\frac{Q^0\,B_1}{B};\; r'\,(H)=0. \end{aligned}\right\}\qquad \text{(VII.6)}$$

Если все три диафрагмы глухие, то $N=0$, и из третьего уравнения (после двойного дифференцирования и подстановки M_1'' из второго уравнения) имеем

$$r^{\text{IV}}+\frac{\varphi\,B}{B_1\,B_2}\,r=\frac{\varphi}{B_2}\left[q\,(x)\,L-\frac{B}{B_1}\,q_{1\text{н}}\,(x)\right],\qquad \text{(VII.7)}$$

т. е. уравнение балки на упругом основании.

Это уравнение решается при граничных условиях:

$$r\,(H)=0;\;\; r'\,(H)=0;\;\; r''\,(0)=0;\;\; r'''\,(0)=0,\qquad \text{(VII.8)}$$

вытекающих из (VII.3) для системы, состоящей из глухих диафрагм.

При решении системы (VII.5) методом конечных разностей [31, 34] выявлено, что податливость перекрытий изменяет распределение нагрузки между глухими и проемными диафрагмами по сравнению с этим распределением для совершенно жестких перекрытий. Это приводит к уменьшению изгибающих моментов в глухих диафрагмах и к увеличению моментов и нормальных сил в проемных диафрагмах.

Анализ результатов многочисленных расчетов показал так же, что влияние податливости перекрытий возрастает с увеличением разницы в жесткостях диафрагм. Отсюда следует, что можно так подобрать их жесткости [31, 34], чтобы горизонтальная нагрузка от перекрытий приближенно распределялась между вертикальными диафрагмами по закону распределения опорных реакций неразрезной балки.

Таким способом могут рассчитываться здания с плоскопараллельной расчетной схемой при любом числе разнотипных рам или диафрагм [31] с учетом изгибно-сдвиговой податливости перекрытий в своей плоскости.

Экспериментально-теоретическое исследование податливости перекрытий в своей плоскости [69]. Идея этого исследования состояла в следующем. Рассматривая перекрытие как составную балку (рис. VII.2), можно, пользуясь [62], определить его прогиб в своей плоскости. Приравнивая этот прогиб к прогибу некоторой заменяющей сплошной балки с такими же пролетами и нагрузкой и с условными жескостями $E_\Phi J$ и $G_\Phi F$, можно найти эти жесткости и затем использовать их в расчетах несущих систем зданий по методике, предложенной в начале данного параграфа.

Для первого этапа этого исследования, т. е. для использования уравнений теории составных стержней, надо знать жесткостные характеристики связей сдвига ε, которыми служат на-

Рис. VII.2. Моделирование сборного перекрытия составной многопоясной балкой

1 — ригели; *2* — шпоночные растворные швы; *3* — колонны; *4* — настилы; *5*—распорки

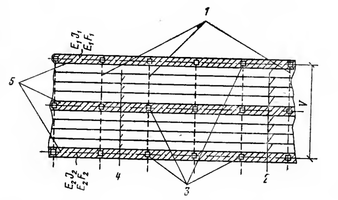
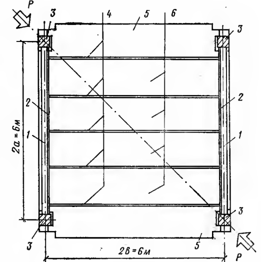


Рис. VII.3. План испытанной на сдвиг ячейки перекрытия

1 — ригели; *2* — растворные швы; *3* — колонны; *4* — растворные шпоночные швы; *5* — распорки; *6* — плиты настила



стилы, соединенные шпоночными швами, и поперечных связей ригелей η. В МИСИ и в МНИИТЭПе были проведены испытания на сдвиг натурных фрагментов перекрытия (рис. VII.3) и испытание на растяжение-сжатие ригелей и распорок поясов составной балки.

Анализ результатов эксперимента позволил предложить следующее выражение для определения коэффициента жесткости ячеек перекрытия на сдвиг:

$$\varepsilon = \beta\, d/4\, b D\, \sqrt{1+\beta^2}\,, \qquad \text{(VII.9)}$$

где $\beta = a/b$;

$$D = 27\cdot 10^{-4}\left[\frac{1-0{,}4\,\beta^2+\beta^4}{\beta\,(1+\beta^2)}\right]\ \text{см}^2/\text{Н}. \qquad \text{(VII.10)}$$

При $\beta=1$ и толщине перекрытия $d=20$ см для испытанного фрагмента $\varepsilon=53\cdot 10^2$ Н/см².

Исследование коэффициента η показало, что поперечные связи в перекрытиях рассмотренного типа можно считать абсолютно жесткими.

Прогиб второго натурного фрагмента размером 12×9 м, состоящего из четырех ячеек, был определен экспериментально и вычислен теоретически как для двухпоясной составной балки с коэффициентом сдвига $\varepsilon = 53 \cdot 10^2$ Н/см² и приведенными (с учетом стыков) осевыми жесткостями поясов, найденными из опыта. В диапазоне нагрузок от 0,22 до 1,05 МН расхождение между вычисленным и измеренным прогибами не превышало 6%. В этом эксперименте была выявлена также доля сдвигового и изгибного перемещений середины пролета в общем прогибе фрагмента. Эти доли составили соответственно 1,16 и 0,26 мм, следовательно, для заменяющей сплошной балки

$$f_{сдв}/f_{изг} = \frac{\varkappa\, P L/4\, G_ф F}{P L^3/48\, E_ф J} = 1{,}16/0{,}26, \qquad \text{(VII.11)}$$

и поэтому для условно прямоугольного сечения перекрытия шириной 9 м и пролетом $L=12$ м при $\varkappa=1{,}2$; $E_ф/G_ф=6{,}66$ или $G_ф=0{,}15\, E_ф$.

Приравнивая при таком соотношении фиктивных модулей прогиб сплошной балки под действием сосредоточенной силы в середине пролета $L=2l$

$$f = \frac{P l^3}{6 E_ф J}\left[1 + 2\left(\frac{h}{l}\right)^2\right] \qquad \text{(VII.12)}$$

к прогибу, вычисленному по теории составных стержней, или, что то же, к измеренному прогибу фрагмента, равному 1,09 мм, при $P=0{,}84$ МН получаем:

$$E_ф = 1{,}05 \cdot 10^6 \text{ Н/см}^2 \qquad \text{(VII.13)}$$

или по отношению к действительному модулю деформаций бетона $E_б$ в испытанном фрагменте

$$E_ф \approx 0{,}4\, E_б. \qquad \text{(VII.14)}$$

Фиктивный модуль сдвига $G_ф$ в этих экспериментах проверен также и непосредственно по перекосу ячейки, т. е. по изменению ее диагоналей.

Таким образом, расчет несущей системы каркасного многоэтажного здания с учетом деформирования сборных перекрытий (рассмотренного типа) в своей плоскости можно выполнять, как было указано, в начале параграфа, рассматривая перекрытия как сплошные балки с фиктивными жесткостями:

$$E_ф J = 0{,}4\, E_б\, d\, h^3/12; \qquad \text{(VII.15)}$$

$$G_ф F = 0{,}06\, E_б\, d\, h, \qquad \text{(VII.16)}$$

где $E_б$ — модуль упругости бетона данной марки по СНиП; d — номинальная толщина перекрытия; h — высота сечения перекрытия, равная ширине здания.

Если каркасно-связевая несущая система (рис. VII.4,*б*) решена по плоскопараллельной схеме и содержит только глухие диафрагмы, то, решая уравнение (VII.7) при граничных усло-

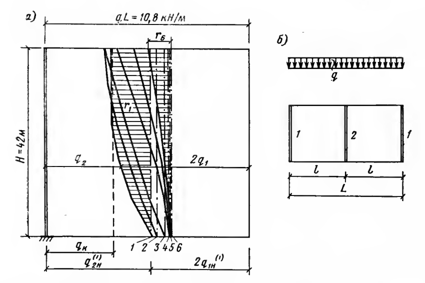


Рис. VII.4. Эпюры распределения полной горизонтальной нагрузки между диафрагмами

а — эпюры r, $q_{2н}$ (штрихпунктир), $q_н$ (пунктир) для значений l, м: *1*—3; *2*—6; *3*—12; *4*—18; *5*—24; *6*—30; *б* — схема плана здания (цифрами на нем обозначены номера диафрагм)

виях (VII.8), можно найти усилие взаимодействия $r(x)$ при разных φ (VII.4).

На рис. VII.4,*а* показаны эпюры $r(x)$ для несущей системы с тремя диафрагмами, полученные в [69] при следующих данных: $H=42$ м, $qL=10{,}8$ кН/м (постоянная по высоте): жесткость глухих диафрагм $B_1=B_2=345\cdot10^4$ МН·м²; φ варьировалось за счет расстояния между диафрагмами:

l, м	3	6	12	18	24	30
$\varphi/10^6$, Н/м²	1107	260	42,9	13,6	5,85	3

На этих же эпюрах пунктиром показана нагрузка, приходящаяся на среднюю диафрагму при совершенно жестких перекрытиях, полученная распределением пропорционально жесткостям $q_к=qLB_к/\Sigma B$, а штрихпунктиром — распределение нагрузки между диафрагмами по закону опорных реакций неразрезной балки на жестких опорах $q_{i\,н}$. Из эпюр видно, как с уменьшением φ, т. е. со снижением жесткости перекрытий, распределение нагрузки меняется от первого предельного случая ко второму. При реальных характеристиках жесткости пере-

крытий это распределение лежит в промежутке между двумя предельными.

Приближенный способ учета податливости перекрытий в их плоскости. Эпюры, показанные на рис. VII.4,*а*, убеждают в том, что граница распределения нагрузки между глухими диафрагмами находится внутри области, ограниченной крайними случаями. Это позволяет записать, например, для средней диафрагмы № 2 в системе из трех глухих диафрагм (рис. VII.4,*б*)

$$q_2 = q\,L\left[\frac{m_1 B_2}{\Sigma B} + \frac{m_2}{12}\left(7 + \frac{1-m}{2-m}\right)\right], \qquad \text{(VII.17)}$$

где m_1 и m_2 — коэффициенты (табл. VII.1); m — по формуле (VII.2,*а*) при жесткостях перекрытия в своей плоскости по (VII.15) и VII.16).

Если $m_1=0$, а $m_2=1$, получаем нагрузку, распределенную по закону опорных реакций неразрезной балки; если $m_1=1$, а $m_2=0$, нагрузка распределяется пропорционально жесткостям диафрагм.

Таблица VII.1

Расстояние между диафрагмами, м

Коэффициенты	Расстояние между диафрагмами, м					
	3	6	12	18	24	30
m_1	0,764	0,667	0,554	0,25	0,177	0,17
m_2	0,236	0,333	0,446	0,75	0,823	0,83

Коэффициенты m_1 и m_2 определены путем сопоставления площадей эпюр нагрузок r и $(q_{2н}-q_к)$ для различных значений φ (см. рис. VII.4). Коэффициенты m_i, приведенные в табл. VII.1, могут использоваться и для приближенного определения суммарной нагрузки на все промежуточные диафрагмы в симметричных системах с числом диафрагм больше, чем три. В таком случае в формуле (VII.17) B_2 означает сумму изгибных жесткостей всех средних (промежуточных) диафрагм, а второй член в квадратных скобках множится на поправочный коэффициент, равный при четырех диафрагмах 1,17, при пяти — 1,29, при шести — 1,35. При этом в формуле (VII.2а) L заменяется суммарной длиной крайних пролетов перекрытия, т. е. остается $L=2l_{кр}$.

При неодинаковых расстояниях между диафрагмами (при числе их больше трех) можно приближенно принимать для определения по таблице коэффициентов m_1 и m_2 расстояние между диафрагмами, равным среднему арифметическому длин пролетов перекрытия.

После определения доли нагрузки, приходящейся на все промежуточные диафрагмы, нагрузка воспринимаемая одной из крайних диафрагм определится как

$$q_1 = 0{,}5\,(q\,L - q_2), \qquad \text{(VII.18)}$$

где q_2 — по формуле (VII.17) с учетом отмеченных дополнений.

Данный приближенный способ распределения нагрузки между диафрагмами с учетом деформативности перекрытий исходит из равномерного распределения внешней горизонтальной нагрузки по высоте здания, поэтому заданная трапециевидная эпюра этой нагрузки должна быть предварительно заменена эквивалентной равномерно распределенной. Нагрузки, приходящиеся на средние (VII.17) и крайние (VII.18) диафрагмы, тоже получаются усредненными по высоте, т. е. равномерно распределенными.

Зная предельную нагрузку, которую воспринимает диафрагма (по прочности или по прогибу), можно, пользуясь формулами (VII.17)—(VII.18), установить предельно допустимое расстояние между такими диафрагмами.

§ 2. ПЕРЕКРЫТИЯ КАК СВЯЗИ КРУЧЕНИЯ

Влияние сопротивления перекрытий кручению на работу плоскопараллельной несущей системы. Характеристика $s_{кр}$. При расчете несущих систем многоэтажных каркасных зданий перекрытия обычно считаются гибкими из плоскости, т. е. не сопротивляющимися кручению. В действительности перекрытия, выполняя роль горизонтальных диафрагм, работают также на кручение из плоскости, возникающее вследствие разнотипности деформаций вертикальных конструкций — рам и диафрагм. Учет сопротивления кручению перекрытия может привести к перераспределению усилий между этими конструкциями [49, 67]. Однако отсутствие данных о действительном сопротивлении сборного перекрытия кручению до последнего времени не позволяло количественно оценить это перераспределение.

В лаборатории железобетонных конструкций МИСИ было проведено исследование [40] крутильной жесткости сборных железобетонных перекрытий, показавшее, что влияние сопротивления перекрытий кручению существенно сказывается на работе несущей системы каркасного здания.

Кручение перекрытий из плоскости (рис. VII.5) возникает в результате того, что при изгибе несущей системы поперечные сечения диафрагмы, поворачиваются на угол α, а ригели рам смещаются, оставаясь почти горизонтальными.

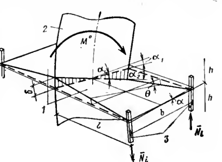


Рис. VII.5. Схема скручивания ячейки перекрытия при изгибе каркасно-связевой несущей системы

1 — перекрытие; *2* — диафрагма; *3* — колонны (пунктиром показано недеформированное перекрытие)

Момент, скручивающий i-тое перекрытие (см. рис. VII.5),

$$M_{\text{кр}\,i} = \overline{N}_i b \qquad \text{(VII.19)}$$

связан с углом α_i и крутильной жесткостью перекрытия $D_{\text{кр}}$ зависимостью

$$\alpha_i = M_{\text{кр}\,i}\, l / D_{\text{кр}} = \overline{N}_i\, b\, l / D_{\text{кр}}, \qquad \text{(VII.20)}$$

где $\overline{N}_i$ — усилие в колонне, создаваемое сопротивлением i-го перекрытия кручению.

Переходя к дискретно-континуальной расчетной модели, т. е. полагая перекрытия непрерывно распределенными по высоте здания, получим приращение силы N в колонне на участке dx

$$d\,N = \frac{\overline{N}_i}{h}\, d\,x \quad \text{или} \quad \overline{N}_i = N'\, h. \qquad \text{(VII.21)}$$

Подставляя (VII.21) в (VII.20), найдем угол наклона диафрагмы, т. е. всей несущей системы в сечении x

$$\alpha\,(x) = \frac{h\,b\,l}{D_{\text{кр}}}\, N'\,(x) = s_{\text{кр}}\, N'\,(x), \qquad \text{(VII.22)}$$

где $s_{\text{кр}}$ — характеристика податливости перекрытия кручению из плоскости, подобная характеристикам податливости связей сдвига, рассмотренным в гл. V:

$$s_{\text{кр}} = h\,b\,l / D_{\text{кр}}. \qquad \text{(VII.23)}$$

Подобно тому как в столбах проемной диафрагмы возникает момент от сопротивления перемычек изгибу и сдвигу, так в диафрагме, показанной на рис. VII.5, появляется распределенный по высоте изгибающий момент за счет сопротивления скручиванию междуэтажных перекрытий. Этот момент, равный

$$m\,(x) = N'\,(x)\, b, \qquad \text{(VII.24)}$$

обратен по направлению моменту $M^0(x)$, вызванному внешней нагрузкой, благодаря чему вся система получает угол наклона $\alpha(x)$, меньший, чем он был бы при совершенно податливых из плоскости перекрытиях.

Так как под воздействием сил $N(x)$ колонны будут вытягиваться и сжиматься, то их продольная деформация несколько ослабит скручивание перекрытий. Называя по-прежнему угол, созданный продольными деформациями колонн, т. е. угол поворота ригеля α_1 и угол скручивания перекрытия α_2, получим (см. рис. VII.5) $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, т. е. равенство (III.3).

Очевидно, угол α_2 определяется выражением (VII.22), а угол α_1 — формулой (III.8) при $\overline{z}_{ip} = \overline{z}_{pi} = 0$ и $A_i = A_p$, так как колонны одинаковы. Следуя далее этому выводу, придем к дифференциальному уравнению (III.44) при значении характеристики λ:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{s_{\text{кр}}}\left(k + \frac{n\,b}{B}\right)}, \qquad \text{(VII.25)}$$

где k определяется по формуле (III.42) при $\beta = 1$; n — число перекрытий, примыкающих к диафрагме (на рис. VII.5 $n = 2$); B — изгибная жесткость диафрагмы EJ.

Момент, воспринимаемый диафрагмой, $M = M^0 - n\,N\,b$. (VII.26)

Экспериментальное исследование сопротивления кручению сборного железобетонного перекрытия [40]. Для определения действительной крутильной жесткости перекрытия $D_{кр}$ в лаборатории железобетонных конструкций МИСИ были испытаны два натурных фрагмента перекрытия (рис. VII.6).

Кручение ячейки создавалось усилием гидродомкратов, вмонтированных в пустотелые коротыши колонн в двух углах ячейки и поднимающих эти углы вертикально вверх. Углы ячейки, диагонально противоположные нагружаемым, были прикреплены к силовому полу. Исходя из (VII.20) при $\alpha_2 = 2\delta/b$ (рис. VII.5) и $b = l$ (для квадратного фрагмента)

$$D_{кр} = P\,l^3/2\,\delta, \qquad (VII.27)$$

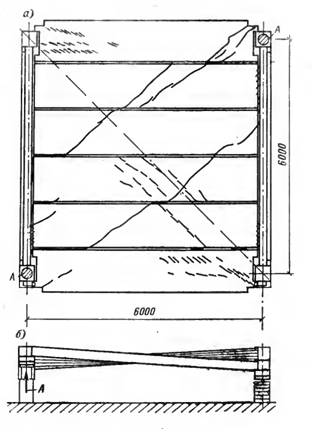
где p — усилие, создаваемое домкратом; δ — измеряемое в эксперименте перемещение угла фрагмента.

Упруго деформированная поверхность фрагмента представляла собой поверхность гиперболического параболоида. Разрушению фрагмента предшествовало образование наклонных пространственных трещин в растворных швах по торцам плит и между ними, а также в бетоне настилов (рис. VII.6). Направление трещин с углом наклона около 45° обусловлено направлением главных растягивающих напряжений и характерно для элементов, работающих на кручение.

Для обоих испытанных фрагментов жесткость кручения по формуле (VII.27) оказалась одинаковой и равной для данного типа сборного перекрытия $D_{кр} = 2 \cdot 10^5$ кН·м², что примерно в 1,5 раза меньше, чем теоретическая жесткость кручения сплошной монолитной плиты с такими же внешними размерами.

Расчет многоэтажного здания с учетом сопротивления перекрытия кручению. Чтобы количественно оценить роль перекрытий как связей кручения, были выполнены расчеты 20-этажного каркасного здания с симметричным планом в двух вариантах с двумя и с четырьмя диафрагмами (рис. VII.7). Особенностью расчета явилось определение коэффициента n. В формулах (VII.25) и (VII.26) n означало число примыкающих к диафрагме скручиваемых ячеек перекрытия и было равно 2. Теперь в более сложных системах ячейки перекрытия, по-разному расположенные относительно диафрагм, будут скручиваться на различные углы. Поэтому коэффициент n становится коэффициентом приведения общего числа ячеек перекрытия к их эффективному числу сообразно углам скручивания каждой ячейки.

Как видно из рис. VII.7, для плана по варианту a максимальное скручивание получат ячейки 2 и 5, смежные с диафрагмой. Для них $n = 2$. В ячейках 1, 3, 4 и 6 угол скручивания вдвое меньше, чем в диафрагменных, и, следовательно, их отпор тоже будет вдвое меньшим. Поэтому для четырех таких ячеек $n = 2$. В ячейках перекрытия, находящихся на оси симметрии



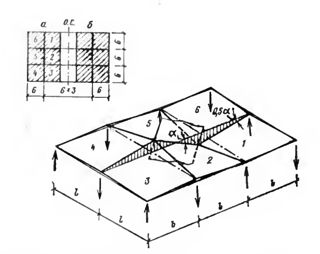


Рис. VII.7. Схема деформации перекрытия при изгибе (наклоне) диафрагмы. Вверху варианты плана здания с двумя (*а*) и четырьмя (*б*) диафрагмами (жирными линиями показаны диафрагмы)

Рис. VII.6. Деформации фрагмента перед разрушением

а — трещины на верхней и нижней (пунктир) поверхностях; *б* — вид сбоку со стороны распорки; *А* — домкрат ДГ-200

плана здания, кручеиия иет. Таким образом, приведенное эффективиое число ячеек, скручивающихся на максимальный угол, равно четырем.

Для плана по вариаиту *б* все ячейки скручиваются иа максимальный угол α и потому $n=6$. В других случаях коэффициент приведения n определяется аналогичио путем построеиия деформированной схемы перекрытия, созданиой иаклоном диафрагм.

После вычисления N по формуле (III.63) изгибающий момент в диафрагме определится по (VII.26), а момент, скручивающий на угол α_2 ячейку перекрытия в уровие i-го этажа, будет равен:

$$M_{\text{кр}} = b\,N'\,h, \qquad \text{(VII.28)}$$

где $N'h$ определяется по формуле (III.67) для сечения, соответствующего i-му этажу.

Прогиб всей иесущей системы определяется для любого сечения по формуле (III.69), а для верха здаиия — по (III.71).

На рис. VII.8 показаны эпюры изгибающих моментов в диафрагмах, нормальиых сил в колоннах, крутящих моментов в перекрытиях и прогибов иесущей системы, план которой приведен на рис. VII.7,*а* при следующих данных: $B=193\cdot10^6$ кН·м², $(EF)_{\text{к}}=5{,}59\cdot10^6$ кН; крутильиая жесткость ячейки перекрытия $D_{\text{кр}}=20{,}4\cdot10^4$ кН·м²; характеристика податливости $s_{\text{кр}}=0{,}53\times\times10^{-3}$ м/кН; $\overline{B}=29\cdot10^8$ кН·м².

Как видно из этих эпюр, учет крутильной жесткости перекрытия существенно уменьшает изгибающий момент в диафрагмах и особенно прогиб здания по сравнению с расчетом по консольной модели. Максимальная величииа дополнительных усилий в колоннах за счет сопротивления перекрытий кручению составила 270 кН, т. е. около 4% усилия от вертикальной иагрузки.

Момент, скручивающий перекрытия $M_{\text{кр}}$, ие превысил одной трети предельиого момента $M_{\text{кр.пред}}$, вызывавшего неупругую работу ячейки перекрытия в экспериментах. Следовательно, расчет в упругой стадии вполне правомерен.

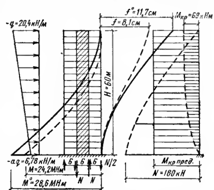


Рис. VII.8. Эпюры усилий и перемещеиий несущей системы, показанной на рис. VII.7,*а* (сплошные линии — без учета сопротивлення перекрытий крученню, пунктириые — с учетом)

Сопротивление перекрытий кручению может быть еще увеличено, если к ригелю приварить распорки не только сверху, но и снизу

(т. е. к полке ригеля), устроить шпоночные углубления на боковых поверхностях ригеля, т. е. применить конструктивные меры, не требующие существенных затрат или перестройки технологии.

§ 3. МЕЖДУЭТАЖНЫЕ ПЕРЕКРЫТИЯ КАК КОМПЛЕКСНЫЕ СВЯЗИ СДВИГА И КРУЧЕНИЯ В КАРКАСНЫХ ЗДАНИЯХ С ЯДРАМИ

Здания типа труба с ядром. Результаты эксперимента. Ранее было показано, что перекрытия в многоэтажном здании помимо выполнения других функций в некоторых случаях служат также связями сдвига или связями кручения. Рассмотрим

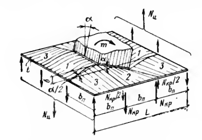


Рис. VII.9. Деформированная схема перекрытия в здании типа труба с ядром (к приближенному расчету). Цифрами обозначены участки перекрытия, подвергающиеся преимущественно

1 — изгибу и сдвигу из плоскости; *2* — кручению; *3* — кручению и сдвигу в плоскости

теперь несущие системы, в которых перекрытия служат связями сдвига и кручения одновременно. Характерными представителями таких систем могут служить каркасные несущие системы со стволами-ядрами (см. рис. I.9). На рис. VII.9 схематично показана деформированная схема междуэтажного перекрытия в таком здании. Участки перекрытия, помеченные цифрой *1*, подвергаются в плоскости изгиба ядра растяжению с изгибом, а в перпендикулярном направлении — сжатию, усиливающемуся от ядра к наружному контуру; участки, помеченные цифрой *2*, скручиваются и подвергаются сжатию в направлении, параллельном их внешнему контуру, наконец, угловые участки (цифра *3*) испытывают кручение, а также растяжение в направлении диагоналей, идущих от углов ядра и сжатие в направлении других диагоналей, т. е. находятся в условиях сдвига и кручения. Мембранные усилия — растяжение и сжатие в срединной плоскости перекрытия — становятся существенными при перемещениях δ (см. рис. VII.9), соизмеримых с толщиной перекрытия, что в условиях нормальной эксплуатации не должно иметь места. Поэтому, рассматривая эксплуатационную стадию работы, не будем пока интересоваться этими усилиями. В таком случае изгибающий момент m, который деформирует перекрытие одного этажа, будет равен:

$$m = n\,\overline{N}_{\text{кр}}\,b_{\text{п}} + \overline{N}_{\text{н}}\,3\,b_{\text{п}}, \qquad \text{(VII.29)}$$

где $\overline{N}_{\text{кр}}$ — реакции в колоннах, примыкающих к полям *2*, равные, согласно (VII.20),

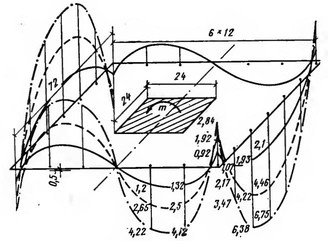


Рис. VII.10. Экспериментальные значения N опорных реакций в колоннах по контуру перекрытия при повороте ядра моментом m, равным

——— 6,11 Н·м;
— — — 12,03 Н·м,
—·—·— 17,96 Н·м
(размеры модели в см)

$$\overline{N}_{кр} = D_{кр}\ \alpha / b_п^2\ , \qquad (а)$$

$\overline{N}_н$ — суммарная реакция в колоннах на сторонах контура, перпендикулярных плоскости действия момента m; при полном защемлении перекрытия в ядре и в наружном контуре

$$\overline{N}_н = 6\, B_п\ \alpha / b_п^2\ , \qquad (б)$$

что вытекает из равенства (рис. VII.9):

$$\delta = \overline{N}_н\, b_п^3 / 12\, B_п = b_п\ (\alpha/2),$$

n — коэффициент приведения общего числа скручиваемых полей перекрытия к их эффективному числу, соответствующему скручиванию на угол α.

Так как поля с индексом 2 скручиваются на угол α, а поля 3 — на угол $\alpha/2$, то с учетом числа всех этих полей

$$n = 2\cdot 1 + 4\cdot 0{,}5 = 4. \qquad (в)$$

Подставляя (а) — (в) в (VII.29) и преобразуя его относительно угла поворота α, найдем:

$$\alpha = m\, b_п / 4\ (D_{кр} + 4{,}5\, B_п). \qquad (VII.30)$$

Подставляя это значение α в выражения (а) и (б) и сокращая их на параметр Ebt^3, который входит в жесткости $D_{кр}$ и $B_п$, получим:

$$\overline{N}_{кр} = 0{,}065\, m / b_п; \quad \overline{N}_н = 0{,}246\, m / b_п. \qquad (VII.31)$$

Для проверки этого приближенного расчета в лаборатории железобетонных конструкций МИСИ им. В. В. Куйбышева В. А. Яровым был поставлен эксперимент на модели из оргстекла, позволивший выявить действительную зависимость между m и реакциями в колоннах[1], расположенных по периферии плана (рис. VII.10).

[1] Способ их определения в эксперименте описан далее в настоящем параграфе.

Сопоставление результатов расчета по формулам (VII.31) и эксперимента дано в табл. VII.3, где результаты опыта получены суммированием значений по рис. VII.10 с учетом того, что на сторонах, параллельных плоскости изгиба ядра, сумма реакций равна 1,5 $\overline{N}_{кр}$ (см. рис. VII.9).

Как видно из таблицы, предложенный приближенный расчет достаточно хорошо совпадает с результатом эксперимента, особенно при небольших усилиях и деформациях, обычных для эксплуатационных условий.

Таблица VII.3

m, Н·см	$\overline{N}_{кр}$, *Н*			$\overline{N}_{и}$, *Н*		
	теор.	опыт.	ошибка в % к опыту	теор.	опыт.	ошибка в % к опыту
610	1,65	1,68	1,8	6,25	6,26	0,15
1200	3,24	3,44	5,8	12,30	13,40	8,5
1790	4,84	5,56	12,9	18,40	20,77	11,5

Из выражений (VII.31) и из табл. VII.3 имеем с небольшим округлением:

$$\overline{N}_{кр}/\overline{N}_{и} = 0{,}065/0{,}246 \approx 3{,}44/13{,}4 \approx 0{,}25,$$

и, следовательно, при действии горизонтальной нагрузки уравнение равновесия (VII.29) для сечения x с учетом сопротивления самого ядра

$$M^{г} = M_{я} + 4\,b_{п}\,0{,}25\,N_{и} + 3\,b_{п}\,N_{и} = M_{я} + 4\,b_{п}\,N_{и}. \qquad \text{(VII.32)}$$

Следуя далее выводу уравнения (III.44) и решая это уравнение, убеждаемся, что приведенное усилие $N(x)$ может быть определено по формуле (III.63), в которой для симметричного в плане здания с соотношением размеров, близким к показанному на рис. VII.9, согласно (III.42)

$$k = \frac{2}{1{,}25\,E\,F_{к}\,L}, \qquad \text{(VII.33)}$$

где $F_{к}$ — суммарная площадь сечения колонн, расположенных по одной стороне контура сечения периферийной каркасной системы; E — модуль упругости материала колонн;

λ — по формуле (III.41), причем в этой формуле $b = L = 3b_{п}$; $n = 1$;

$$s = h\,L/3\,E\,t^{3}, \qquad \text{(VII.34)}$$

что следует из полученной в опытах зависимости

$$\alpha_{2} = m/3\,E\,t^{3}; \qquad \text{(VII.35)}$$

$$B = B_{я}; \quad B^{0} = B_{я} + L/k = B + \overline{B}; \qquad \text{(VII.36)}$$

$B_{я} = (EJ)_{я}$ — изгибная жесткость ядра-ствола, имеющего небольшие проемы, так что для него $\lambda H > 15$.

Сопоставление эмпирической зависимости (VII.35) с фор-

мулой (VII.30) показывает, что для равенства правых частей этих выражений следует жесткость кручения одного поля перекрытия $D_{кр}$ и жесткость изгиба его $B_п$ принимать с коэффициентом 1,5, так что (см. рис. VII.9):

$$\left.\begin{aligned} D_{кр} &= 1,5 \cdot 0,33\, G\, b_п\, t^3; \\ B_п &= 1,5\, E\, b_п\, t^3/12. \end{aligned}\right\} \qquad (VII.37)$$

Введение коэффициента 1,5 объясняется увеличением жесткости неразрезной плиты сравнительно с жесткостью отдельного поля размером в плане $b_п^2$ со свободными кромками по линиям сопряжений с соседними полями. Жесткости (VII.37) соответствуют упругой стадии работы перекрытия как комплексной изгибно-крутильной связи. Если усилия, возникающие в связи, переводят ее в нелинейную область работы (см. рис. V.7,*в*), жесткость ее снижается, и это следует учесть в расчете на основе соответствующих экспериментов (подробнее об этом см. гл. V).

Приведенное усилие в колоннах N, найденное по (III.63), распределяется между отдельными колоннами следующим образом: на все колонны, расположенные по каждой из сторон контура, перпендикулярных плоскости действия момента $M^г$, передается усилие

$$N_и = 0,75\, N; \qquad (VII.38)$$

на колонны, расположенные по сторонам, параллельным плоскости действия $M^г$,

$$N_k = 0,25\, N_и. \qquad (VII.39)$$

Так как горизонтальная нагрузка может менять свое направление, сечения колонн на горизонтальную нагрузку достаточно рассчитать на усилие $N_и$ (VII.38). При этом по соображениям конструктивной целесообразности и унификации сечения все колонны, очевидно, удобнее делать одинаковыми, поэтому их следует подбирать исходя из максимального усилия (см. табл. VII.3 и рис. VII.10). Например, при шаге колонн, равном 0,5 $b_п$,

$$N_{max} = N_и \cdot 4,46/13,4 = N_и/3, \qquad (VII.40)$$

при шаге колонн 0,25 $b_п$ $N_{max} = \frac{N_и}{6}$ и т. д.

При подборе (или проверке) сечения колонны надо учесть также усилие в ней от вертикальной нагрузки и моменты в плоскости и из плоскости контура периферийной несущей трубы.

Изгибающий момент в ядре в любом сечении x

$$M_я = M^г - L\, N, \qquad (VII.41)$$

где N определяется по формуле (III.63) с указанными выше значениями символов, а $M^г$ — по формуле (II.14).

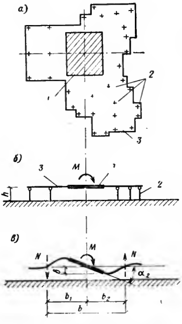


Рис. VII.11. Несущая система с ядром и нерегулярно расположенными колоннами

а — план; *б*, *в* — схема деформирования одного перекрытия; *1* — ядро; *2* — колонна; *3* — перекрытие

Прогиб в любом сечении и в вершине здания определяется соответственно по формулам (III.69) и (III.71) с оговорками, сделанными выше относительно формулы (III.63).

Здания с ядром и нерегулярной каркасной обстройкой. Экспериментальное определение комплексной характеристики *s*. В несущей системе, образованной ядрами-стволами и свободно расставленными колоннами, за счет сопротивления перекрытий как связей сдвига и кручения (рис. VII.11, *б*, *в*) некоторая доля общего изгибающего момента снимается с ядра и передается в виде осевых сил с плечом b на условные «столбы», образуемые соответствующими группами колонн [36]. Для расчета можно воспользоваться готовым решением (III.63), если известны жесткостные параметры s и k, входящие в характеристику λ. Однако расчетный способ их определения, приведенный в гл. III и V, не может быть в данном случае применен непосредственно из-за особенностей конструкции здания. Учитывая это, параметры s и k целесообразно определить экспериментально.

При постановке такого эксперимента в лаборатории железобетонных конструкций МИСИ им. В. В. Куйбышева перекрытие моделировалось в масштабе 1 : 50 из оргстекла толщиной 4 мм с опиранием на стальные стержни-колонны через стальные шарики диаметром 5 мм.

Ядро жесткости моделировалось стальными плитами, приклеенными к перекрытию эпоксидно-цементным клеем снизу и сверху и стянутыми болтами.

Усилия прикладывали к ядру через рычаг, устанавливаемый в любом положении в плане для имитации изгибающего момента в ядре от ветра любого направления.

При испытании были измерены опорные реакции в колоннах и вертикальные перемещения δ угловых точек контура ядра жесткости (рис. VII.11,*в*) от загружения ветровой нагрузкой, действующей в четырех направлениях.

Для определения опорной реакции в i-той колонне опорный шарик был удален, так что перекрытие над этой колонной за-

висало. В этом состоянии прикладывали внешнюю нагрузку и замерялось вертикальное перемещение Δ_{ip} перекрытия в i-той точке. После снятия нагрузки к перекрытию в той же точке прикладывали вертикальную единичную силу, от действия которой замеряли перемещение δ_{ii} в i-той точке перекрытия.

Опорная реакция X_i в i-той колонне отыскивалась из уравнения метода сил

$$X_i \ \delta_{ii} + \Delta_{ip} = 0. \qquad \text{(VII.42)}$$

После определения опорных реакций всех колонн было найдено положение этажных равнодействующих N опорных реакций колонн слева и справа от оси ядра жесткости (рис. VII.11,*в*).

Значение угла α_2, полученное опытным путем, полностью характеризует комплексное сопротивление перекрытий как связей сдвига и кручения. Параметр s, согласно (V.1), при высоте этажа модели h равен:

$$s = \alpha_2 \ h/N. \qquad \text{(VII.43)}$$

Переход от модели к натуре осуществляется с помощью коэффициента подобия, соответствующего масштабу модели и соотношению модулей упругости бетона и оргстекла.

Для определения k по формуле (III.42) достаточно знать осевые жесткости натурных конструкций и плечо $b = M/N$.

После определения s и k по формуле (III.41) вычислялся параметр λ и затем по (III.65) и (III.71) момент в ядре и прогиб несущей системы. Расчеты 36-этажного здания, строящегося в Москве, показали, что учет сопротивления перекрытий при их совместной работе с ядром и колоннами снижает изгибающий момент в ядре и прогиб верха здания почти в 1,5 раза, причем дополнительное усилие в колоннах составляет не более 5—8% основной вертикальной нагрузки.

Учет изменения расчетной схемы и величины вертикальной нагрузки в процессе возведения здания. Главную часть вертикальной нагрузки в жилых зданиях составляет собственная масса конструкций, которая возрастает постепенно по мере возведения здания.

Обычно монолитное ядро жесткости возводится с опережением по отношению к каркасной обстройке (рис. VII.12), поэтому основная часть деформаций ядра происходит до монтажа обстройки. Колонны каркаса, напротив, укорачиваются по мере их возведения и возрастания нагрузки. Разность продольных деформаций колонн и ядра приводит к соответствующему деформированию перекрытий. Каждое новое перекрытие возводится в строго горизонтальном положении (пунктир на рис. VII.12) после того, как колонны уже укоротились под тяжестью всех нижерасположенных перекрытий. Поэтому каждое вновь возведенное перекрытие будет деформироваться только

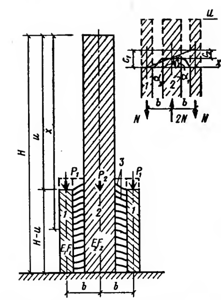


Рис. VII.12. Условная расчетная схема каркасного здания с ядром жесткости

а — стадия возведения: *1* — группы колонн слева и справа от ядра; *2* — ядро; *б* — схема деформации перекрытия на уровне X (к вычислению угла α_1)

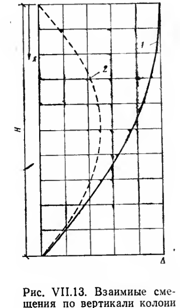


Рис. VII.13. Взаимные смещения по вертикали колонн и ядра

1 — при загружении после возведения «невесомого» здания; *2* — при загружении по мере возведения

нагрузкой, создаваемой собственной массой вышерасположенных этажей.

Если не учитывать сопротивление перекрытий деформированию из плоскости, взаимные смещения колонн и ядер будут таковы: для «невесомого» здания, т. е. загружаемого сразу полной нагрузкой интенсивностью p на 1 пог. м высоты здания,

$$\Delta_1 = \frac{p\ (H^2 - x^2)}{2\ (EF)_к}, \qquad \text{(VII.44)}$$

для здания, загружаемого той же нагрузкой, но прикладываемой по мере возведения,

$$\Delta_2 = \frac{p x\ (H - x)}{(EF)_к}, \qquad \text{(VII.45)}$$

где $(EF)_к$ — осевая жесткость колонн.

На рис. VII.13 показаны графики перемещений, вычисленные по этим формулам. Из рис. VII.13 видно, что характер загружения коренным образом сказывается на вертикальных перемещениях. Если учесть сопротивление перекрытий взаимным вертикальным смещением колонн и ядра, то увидим, что в перекрытии i-го этажа, как в связи сдвига-кручения, усилия возникнут от нагрузок, приложенных выше этой связи, вследствие разно-

сти продольных деформаций колонн и ядра на участке ниже данной связи.

Расчетную схему [36] получим, рассматривая несущую систему как двусвязную симметричную диафрагму (см. рис. VII.12). Под действием вертикальной нагрузки в симметричной схеме ядро не изгибается, следовательно (рис. VII.12,б)

$$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0. \qquad \text{(VII.46)}$$

Согласно (V.1), $\alpha_2 = s\overline{N}'$. Угол α_1 определим исходя из загружения сосредоточенными силами P_1 и P_2 (см. рис. VII.12) в уровне u, т. е. в момент возведения очередного этажа. Очевидно,

$$\alpha_1 = \frac{c_1 - c_2}{b},$$

где

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= \frac{P_1 (H - x) - \int\limits_x^H \overline{N}\, d x}{E_1 F_1}; \\ c_2 &= \frac{P_2 (H - x) + \int\limits_x^H 2\overline{N}\, d x}{E_2 F_2}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII.47)}$$

Отсюда

$$\alpha_1 = \frac{c_1 - c_2}{b} = \left(\frac{P_1}{E_1 F_1} - \frac{P_2}{E_2 F_2}\right)\frac{H - x}{b} - \left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2}\right)\int\limits_x^H \frac{\overline{N}}{b}\, d x. \qquad \text{(VII.48)}$$

Приравнивая, согласно (VII.46), углы α_1 и α_2 и дифференцируя один раз по x найдем для $x > u$,

$$\overline{N}'' - \lambda^2 \overline{N} = -\frac{P_1 - \beta P_2}{s\, b\, (E F)_1}, \qquad \text{(VII.49)}$$

где $\overline{N}$ — нормальная сила в сечении x столба 1, возникающая под влиянием сопротивления перекрытий-связей действию сосредоточеных сил P_i, приложенных только в уровне u:

$$\lambda^2 = (1 + 2\beta)/s b\ (E F)_1; \qquad \text{(VII.50)}$$

$$\beta = (E F)_1/(E F)_2; \qquad \text{(VII.51)}$$

s — характеристика податливости перекрытия как связи сдвига-кручения, определяемая по указаниям гл. V и VII или экспериментально, как описано выше; $E_i F_i$ — осевая жесткость i-го столба расчетной схемы; P_i — этажная нагрузка на i-тый столб, возникающая в процессе возведения каркасной обстройки.

Решая дифференциальное уравнение (III.44), найдем:

$$\overline{N}_x = C_1 \operatorname{sh} \lambda x + C_2 \operatorname{ch} \lambda x + \frac{P_1 - \beta P_2}{\lambda^2 s b E_1 F_1}. \qquad \text{(VII.52)}$$

Определяя произвольные постоянные C_1 и C_2 из граничных условий $\overline{N}\ (x = u) = 0$, $\overline{N}'\ (x = H) = 0$ и подставляя их в (VII.52), найдем:

$$\overline{N}_{(x,\,u)} = -\frac{P_1 - \beta P_2}{1+2\beta}\left[\frac{\operatorname{ch}\lambda\,(H-x)}{\operatorname{ch}\lambda\,(H-u)} - 1\right]. \qquad \text{(VII.53)}$$

Это усилие возникает в сечении x при возведении очередного перекрытия на уровне u. Полное усилие в сечении x получится от загружения всех перекрытий между уровнями x и u.

Подставляя в (VII.53) нагрузку как погонную $p_i = \frac{P_i du}{h}$ и интегрируя $\overline{N}(xu)$ по переменной u в пределах от $u=0$ до $u=x$, получим полное усилие в крайнем столбе в сечении x:

$$N(x) = -\frac{p_1 - \beta p_2}{1+2\beta}\left\{\frac{2}{\lambda}\operatorname{ch}\lambda\,(H-x)\times\right.$$

$$\left.\times[\operatorname{arctg} e^{\lambda H} - \operatorname{arctg} e^{\lambda\,(H-x)}] - x\right\}. \qquad \text{(VII.54)}$$

Подобный результат получен независимо в работе [74].

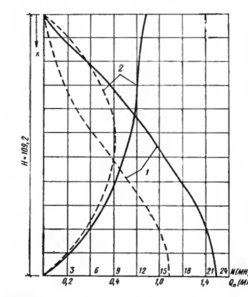
Перерезывающая сила в перекрытии на уровне x от верха здания равна:

$$Q_{\text{п}}(x) = N'(x)\,h = -\frac{p_1 - \beta p_2}{1+2\beta}\,2h\operatorname{sh}\lambda\,(H-x)\times$$

$$\times[\operatorname{arctg} e^{\lambda\,(H-x)} - \operatorname{arctg} e^{\lambda H}]. \qquad \text{(VII.55)}$$

Соответствующие усилия от нагрузок, прикладываемых после возведения всей несущей системы здания, составят:

$$N(x) = -\frac{p_1 - \beta p_2}{1+2\beta}\left(\frac{\operatorname{sh}\lambda x}{\lambda\operatorname{sh}\lambda H} - x\right). \qquad \text{(VII.56)}$$



Суммарное усилие $N(x)$ по (VII.54) и (VII.56) будет сниматься с колонн и переходить на ядро. Результаты вычислений для 36-этажного здания показаны на рис. VII.14.

Рис. VII.14. Усилия в 36-этажном здании, переходящие с колонн на ядро при учете роста нагрузок по мере возведения каркаса (— — —) и при единовременном загружении «невесомого» каркаса (———)
$1 - N$; $2 - Q_{\text{п}}$

ГЛАВА VIII. РАСЧЕТ НЕСУЩИХ СИСТЕМ ПО ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ И НА УСТОЙЧИВОСТЬ

§ 1. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ НЕСУЩАЯ СИСТЕМА С ПЕРЕКРЫТИЯМИ, ЖЕСТКИМИ В СВОЕЙ ПЛОСКОСТИ

Под действием горизонтальной нагрузки столбы и колонны несущей системы здания получают некоторое отклонение от вертикали — прогиб. В высоких зданиях этот прогиб достигает десяти и более сантиметров, создавая в несущей системе дополнительный изгибающий момент от вертикальной нагрузки

$$\Delta M(x) = \sum_{i=1}^{k} P_i \xi_i .$$

Плечо ξ_i определяется прогибом $v(x)$ (рис. VIII.1,*а*), который возникает под влиянием полного момента от горизонтальной и вертикальной нагрузки

$$M = M^{г} + \Delta M.$$

Таким образом, обычная линейная зависимость между нагрузкой и перемещением сменяется здесь нелинейной: момент ΔM зависит от прогиба, а прогиб зависит от этого момента. В таком расчете принимается во внимание изменение геометрической схемы сооружения в процессе загружения, поэтому его называют расчетом по деформированной схеме или, короче, деформационным расчетом. Применительно к высоким зданиям расчет на устойчивость и по деформированной схеме подробно рассмотрен в [34], а также в [17, 18, 57 и др.]. За недостатком места здесь приведем лишь некоторые новые результаты.

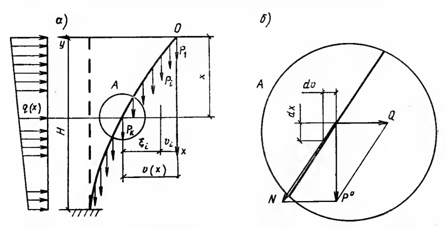


Рис. VIII.1. Продольный изгиб несущей системы здания (к расчету по деформированной схеме)

Усилия и перемещения в деформированной схеме для симметричных зданий при изгибной форме потери устойчивости могут быть определены как

$$X_{u\,i} = \eta_u X^0_{u\,i}, \qquad \text{(VIII.1)}$$

где X_{ui} — искомая функция (момент, прогиб и т. п.) в диафрагме i ($u = y$ или z); X^0_{ui} — та же функция без учета деформированной схемы, т. е. определяемая для консольной модели по § 3 гл. III;

$$\eta_u = \frac{1}{1 - G\,\eta_ф / G_{кр.зд}}; \qquad \text{(VIII.2)}$$

$$\eta_ф = \frac{1}{1 - G/G_{кр.ф}}; \qquad \text{(VIII.3)}$$

$$G_{кр.зд} = 7{,}84\,B/H^2; \qquad \text{(VIII.4)}$$

$$G_{кр.ф} = 2B_ф/H^2; \qquad \text{(VIII.5)}$$

G — полная масса здания; B — суммарная жесткость диафрагм, параллельных оси Y или оси Z, причем для зданий со сложной многосвязной несущей системой принимается $B = B_{экв}$ по прогибу верха здания от равномерно распределенной горизонтальной нагрузки; $B_ф = \sum\limits_n c_i J_{фi}$, где c — по формуле (II.37); $J_{фi}$ — момент инерции площади подошвы фундамента диафрагмы i в направлении Y или Z.

Можно решить обратную задачу — найти такое B (или $B_{экв}$), при котором запас устойчивости будет обеспечен и полный прогиб в деформированной схеме не превысит предельно допустимого. Первое условие выполняется, если

$$B \geqslant 0{,}383\,G\,H^2\,\eta_ф. \qquad \text{(VIII.6)}$$

Для выполнения второго условия должно быть:

$$B \geqslant \frac{H}{4}\left(\frac{M^г(H)}{t} + \frac{G\,H}{2}\right)\eta_ф, \qquad \text{(VIII.7)}$$

где $t = [f/H]$ — допустимый относительный прогиб, который при учете деформированной схемы и податливости основания не должен превышать $^1/_{800}$—$^1/_{600}$. Из двух значений (VIII.6), (VIII.7) следует выбрать большее.

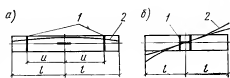
Крутильная форма потери устойчивости для расчета несущих систем с перекрытиями, жесткими в своей плоскости, может быть учтена по формулам следующего параграфа, в которых жесткость перекрытий устремляется к бесконечности.

§ 2. ВЛИЯНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ ПЕРЕКРЫТИЙ В СВОЕЙ ПЛОСКОСТИ НА ОБЩУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОЭТАЖНОГО ЗДАНИЯ

В несущей системе многоэтажного здания более жесткие вертикальные конструкции оказывают поддержку менее жестким, однако степень этой поддержки зависит от податливости перекрытий. Эта задача решена для изгибного деформирования здания в работе [34].

Рис. VIII.2. Схемы планов каркасных зданий

а — с диафрагмами на произвольном расстоянии от центра; *б* — с центральным ядром; *1* — диафрагмы; *2* — искривленная ось здания при потере устойчивости



На основании этого решения могут быть рассчитаны по деформированной схеме и другие несущие системы с податливыми перекрытиями, в том числе системы с элементами жесткости (ядрами, диафрагмами), расположенными иначе. Например, для здания (рис. VIII.2,*а*) критическая масса [35] будет равна:

$$G_{кр} = \beta B/H^2, \quad \text{(VIII.8)}$$

где B — изгибная жесткость двух диафрагм; H — полная высота здания; β — параметр, определяемый по табл. VIII.1 в зависимости от α и n:

$$\alpha = 2B_п H^4/B h l^3; \quad \text{(VIII.9)}$$

$$n = 0{,}1664 + (0{,}734\, m - 0{,}533)\, m; \quad \text{(VIII.10)}$$

$B_п$ — жесткость одного перекрытия в своей плоскости (определяется по указаниям §1 гл. VII); h — высота этажа; $m = u/l$ (см. рис. VIII.2, *а*).

Таблица VIII.1

n	Значение α при β, равном								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0,07	0	0,0505	0,101	0,152	0,203	0,254	0,307	0,362	0,455
0,08	0	0,0587	0,120	0,186	0,259	0,345	0,463	0,686	1,05
0,10	0	0,0751	0,158	0,254	0,370	0,527	0,776	1,35	5,37
0,12	0	0,0915	0,196	0,321	0,481	0,708	1,09	1,98	8,66
0,150	0	0,117	0,254	0,426	0,652	0,985	1,57	2,96	13,38
0,153	0	0,119	0,260	0,435	0,669	1.01	1,61	3,06	13,9
0,166	0	0,130	0,286	0,481	0,744	1,14	1,82	3,49	16,04
0,20	0	0,152	0,350	0,595	0,931	1,44	2,35	4,58	21,46
0,25	0	0,199	0,446	0,765	0,21	1,90	3,14	6,20	29,52
0,30	0	0,240	0,540	0,936	1,49	2,36	3,92	7,84	37,6
0,35	0	0,281	0,636	1,11	1,77	2,81	4,70	9,45	45,7
0,367	0	0,296	0,700	1,17	1,87	2,97	4,97	10,0	48,4

Из (VIII.10) следует, что при $m=1$, когда диафрагмы расположены в торцах здания, $n=0{,}367$, а при $m=0$, т. е. когда они сливаются в центре плана, $n=0{,}166$. Для промежуточных значений m значения коэффициента n приведены ниже.

m	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
n	0,166	0,120	0,0892	0,0726	0,0706	0,0834	0,111	0,153	0,210	0,281	0,367

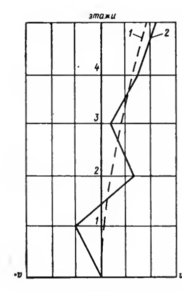


Рис. VIII.3. Форма потери устойчивости модели пятиэтажного каркасного здания с торцовыми диафрагмами

1 — диафрагмы; *2* — колонны в центре длины здания (по опытам М. Н. Швехмана)

С увеличением жесткости перекрытий параметр α возрастает так же, как и β. В окрестностях $\alpha \to \infty$ имеем $\beta \approx 8$, т. е. критическая масса приближенно совпадает с полученной выше (VIII.4) для здания с перекрытиями, жесткими в своей плоскости. Если пространственная диафрагма (ядро) располагается в центре здания (рис. VIII.2,*б*), возникает опасность потери устойчивости по крутильной форме.

В таком случае [35] критическая масса здания

$$G_{кр} = \beta_к B_к / H^2 l^2, \qquad \text{(VIII.11)}$$

где

$$B_к = E J_\omega + \left(\frac{2H}{\pi}\right)^2 G J_d; \qquad \text{(VIII.12)}$$

EJ_ω — секториальная жесткость ядра; GJ_d — жесткость чистого кручения ядра; $\beta_к$ — параметр, определяемый по таблице в зависимости от $\alpha_к$.

$$\alpha_к = B_п H^4 / B_к h l. \qquad \text{(VIII.13)}$$

$\alpha_к$	0	0,628	0,131	0,205	0,286	0,374	0,991	1,37
$\beta_к$	0	1	2	3	4	5	10	12

Продолжение

$\alpha_к$	2,26	3,81	5,92	11,09	17,81	40,32	∞
$\beta_к$	15	18	20	22	23	24	25

Деформированное состояние каркасных зданий с перекрытиями, податливыми в своей плоскости, характеризуется зигзагообразной формой искривления колонн (рис. VIII.3). При этом перекрытия смежных этажей перемещаются в своей плоскости в противоположных направлениях.

Для расчета по деформированной схеме критические массы здания, найденные по формулам (VIII.8) или (VIII.11), используются в процедуре деформационного расчета, описанной формулами (VIII.1), (VIII.2).

Все сказанное в этой главе относится к расчету по деформированной схеме несущей системы здания в целом или к обеспечению общей ее устойчивости. Кроме того, надлежит по указаниям СНиП II-21-75 обеспечить местную устойчивость вертикальных элементов в пределах высоты этажа (или расстояния между связями).

§ 3. ДЕФОРМАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ КОЛОНН НИЖНЕГО ЭТАЖА НА ДЕЙСТВИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Колонны нижнего этажа каркасного здания получают прогиб (рис. VIII.4) под влиянием колебаний температуры перекрытий во время монтажа. На отклоненные от вертикали колонны действуют нагрузка всех вышерасположенных этажей P и боковое давление от перекрытий Q. Изгибающий момент и прогиб в сечении x колонны с учетом деформированной схемы [39] равны:

$$M(x) = P\,v(x) + \alpha\, t\, E\, F\left(1 - \frac{v_1}{v_0}\right)x, \qquad \text{(VIII.14)}$$

$$v(x) = (v_0 - v_1)\,\frac{D}{L}\left(\frac{\sin kx}{k^3 \cos kh} - \frac{x}{k^2}\right), \qquad \text{(VIII.15)}$$

t — температурный перепад, °С;

$$k = \sqrt{P/EJ}; \quad D = EF/EJ;$$

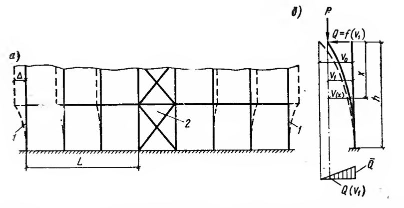


Рис. VIII.4. Схема перемещения колонн при изменении температуры перекрытия

а — общий вид; *1* — торцовые колонны; *2* — связи, диафрагмы или ядро-ствол; *б* — расчетная схема крайней колонны

EJ — модуль деформаций и момент инерции поперечного сечения всех колонн торцового ряда; EF — модуль деформаций и площадь поперечного сечения перекрытия; $v_0 = \alpha t L$;

α — коэффициент линейного расширения для перекрытия;

$$v_1 = 1/\left(\frac{1}{\beta \overline{v}} + \frac{1}{v_0}\right); \quad \beta = 3\,(\mathrm{tg}\,\nu - \nu)/\nu^3;$$

$$\overline{v} = h^3\,\alpha\,t\,E\,F/3\,E\,J; \quad \nu = k\,h = h\,\sqrt{P/E\,J}.$$

ГЛАВА IX. ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ НЕСУЩИХ СИСТЕМ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ

§ 1. СТЕНЫ

Навесные **панели наружных стен** сопрягаются между собой в стене здания через упругие прокладки, вследствие чего каждую панель можно рассчитывать самостоятельно.

Навесные панели бывают многослойными и однослойными. Многослойные панели предпочтительны, так как позволяют почти полностью исключить влияние температуры на внутренние несущие конструкции здания. Для этого соединение слоев панели должно быть податливым, допускающим независимую температурную деформацию наружного слоя, а соединение самой панели с несущими конструкциями здания не должно препятствовать температурным перемещениям панели относительно этих конструкций.

Панель, изображенная на рис. IX.1, удовлетворяет поставленным условиям. Вертикальную нагрузку воспринимает внутренний слой.

Влияние температуры приближенно можно оценить расчетом, приведенным для трех характерных случаев работы панели в [23].

Несущие **панели внутренних стен** выполняются из однослойных панелей, опирающихся друг на друга непосредственно или через перекрытия (рис. IX.2). Платформенное опирание (рис. IX.2,*а*) осуществимо, если перекрытия выполняются из сплошных панелей. Имеется опыт строительства панельных зданий с таким стыком высотой 25 этажей с узким шагом стен и высотой 16 этажей с широким шагом и нагрузкой до 1700 кН на 1 пог. м стены. При бóльших нагрузках или при пустотных перекрытиях применяется контактный (рис. IX.2,*б*,*в*) или сборно-монолитный (рис. IX.2,*г*) вариант стыка. В последнем случае крайние ребра многопустотных плит перекрытия образуют пальцы, опирающиеся на стеновые панели. Эти пальцы рассчитывают на собственную массу плиты и монтажную нагрузку. После замоноличивания стык работает на эксплуатационную нагрузку полным сечением.

Рис. IX.1. Схема армирования трехслойной навесной панели наружной стены [45]

1 — каркас — гибкая связь; *2* — распорка; *3* — подвеска; *4* — каркас перемычки; *5* — сетка (на фасаде условно не показана); *6* — раствор; *7* — перекрытие; *8* — упругая прокладка; *9* — герметизирующая мастика; *10* — утепляющий вкладыш; *11* — сварная связь

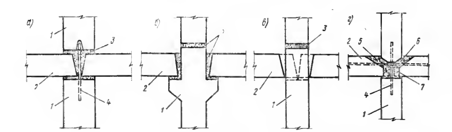
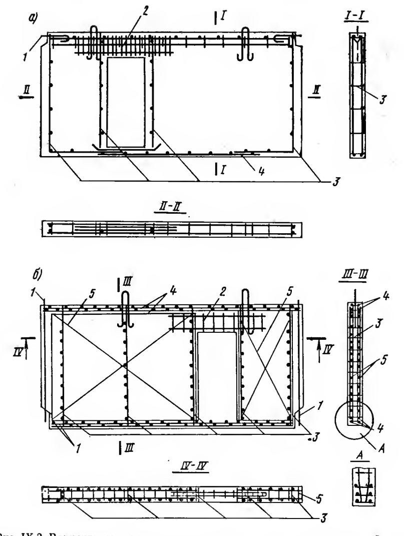


Рис. IX.2. Варианты опирания внутренних несущих стеновых панелей друг на друга и на перекрытия

а — платформенное; *б* — контактное с консолями; *в* — контактное с гнездами для перекрытия; *г* — сборно-монолитное; *1* — стеновая панель; *2* — перекрытие; *3* — раствор или паста; *4* — петля-фиксатор; *5* — бетон замоноличивания; *6* — выпуски арматуры перекрытий; *7* — опорные пальцы перекрытия



Рнс. IX.3. Варианты армироваиия внутренних несущих стеновых панелей

а — бетонной; *б* — железобетонной; *1* — выпуски для сваркн со смежнымн элементамн; *2* — каркасы перемычек; *3* — вертнкальные каркасы; *4* — горнзонтальные каркасы; *5* — сеткн

Минимальное содержание вертикальной арматуры у каждой поверхности несущей панели составляет: в бетонных панелях 0,2 см^2 на 1 пог. м горизонтального сечения панели, в железобетонных панелях 0,05% площади горизонтального сечения панели. Площадь горизонтальной арматуры (у каждой поверхности) должна быть не менее 0,3 см^2 на 1 пог. м вертикального сечения бетонной или железобетонной панели.

На рис. IX.3 показаны схемы армирования панелей. При большой площади расчетного армирования панелей лучше применять каркасы, причем их продольный шаг не должен превышать 25 см. При большем шаге (50 см и более) сжатая зона внецентренно нагруженных панелей уменьшается на участках между широко расставленными каркасами, снижая несущую способность панелей [73].

Для компенсации обрываемой продольной арматуры применяют косвенное армирование опорных горизонтальных кромок сетками, расположенными в два-три ряда и заменяющими у этих кромок контурные каркасы (рис. IX.3,*б*, поз. *4* и узел *А*). Расстояние между этими сетками должно быть не более $^1/_3$ толщины панели и не более 7 см, шаг поперечных стержней должен быть максимум 7,5 см, диаметр всех стержней определяется расчетом, как показано далее, но должен быть не менее 8 мм и не более 14 мм [45].

Расчет несущих панелей стен на косое внецентренное сжатие. Результаты экспериментов. Ввиду возможной неточности в установке стеновых панелей (а также начальной кривизны, неоднородности по сечению и т. п.) СНиП II-21-75 рекомендуют учитывать в расчете случайный эксцентрицитет из плоскости стены $e_0 = 1$ см.

В реальных условиях несущие панели внутренних стен всегда подвергаются косому внецентренному сжатию, так как момент от участия в общей работе несущей системы здания действует в плоскости панели (M_y на рис. IX.4), а момент от неравномерной загрузки примыкающих перекрытий и от неточности монтажа действует из плоскости панели (M_z на рис. IX.4).

Во избежание образования сквозных трещин желательно проектировать панели диафрагм так, чтобы эксцентрицитеты в обоих направлениях были малыми. Как показывает опыт проектирования, в большинстве случаев оба эксцентрицитета оказываются малыми без каких-либо специальных мер.

Для выяснения напряженного состояния кососжимаемых панелей на кафедре железобетонных конструкций МИСИ [15] под руководством автора было испытано 12 панелей при различных эксцентрицитетах и процентах симметричного армирования (табл. IX.1 и рис. IX.5).

Испытания выявили особенности деформирования кососжимаемых панелей: коноидальную форму изгиба, появление первых трещин около менее выгнутой кромки панели; трапецеидальную форму сжатой зоны сечения (рис. IX.5,*в*), причем она шире у того торца панели, где прогиб больше; линейное распределение прогиба по длине панели и, что самое главное, снижение несущей способности по сравнению со сжатием с одним поперечным эксцентрицитетом в среднем на 55%, а в отдельных случаях более чем вдвое.

Испытания подтвердили, что расчет панелей на косое вне-

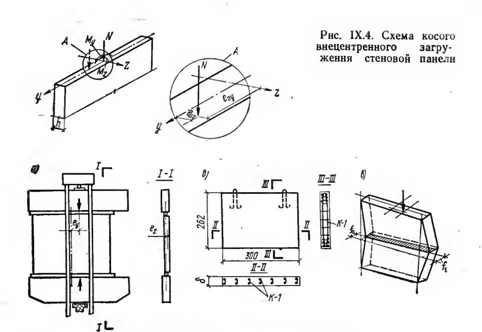


Рис. IX.4. Схема косого внецентренного загружения стеновой панели

Рис. IX.5. Испытание панелей на кссое внецентренное сжатне

а — установка панели в прессе ИПС-1000; *б* — конструкция панели (δ, см. табл. IX.1); *в* — деформирование панели перед разрушением, заштрихована сжатая зона; f_0, f_l прогибы у торцов панели

Таблица IX.1

№ панели	Толщина панели δ, см	$R_{пр}^{опыт}$, МПа	$f_a l$, см²	$\sigma_т$ арматуры, МПа	Начальные эксцентриситеты, см		Разрушающая нагрузка, МН		$\frac{N_{оп} - N_{теор}}{N_{оп}}$, %
					e_y	e_z	$N_{оп}$	$N_{теор}$ (IX.7)	
1	14	17,5	3,68	237,9	50	2,3	3,0	3,5	−16,6
2	14,3	18,4	3,74	241	50	0	4,8	5,09	−6
3	14	18,3	3,8	239,8	50	4,7	2,34	—	—
4	14,8	22,2	10,35	240	50	2,3	5,04	4,78	+5,2
5	14,1	22,3	10,2	243,6	50	0	6,90	6,25	+9,4
6	14,5	21,3	10,2	238	50	4,7	4,43	—	—
7	14	17	3,86	241,2	25	2,3	3,52	3,74	−6,3
8	14,2	18,3	3,55	238,7	25	0	5,4	5,73	−6,1
9	14,1	23,2	3,79	240,2	25	4,7	3	—	—
10	14	18,9	10,3	237,5	25	2,3	4,95	4,1	+17,1
11	14	19,7	10,55	243	25	0	6,20	6,45	−4
12	14,2	17,7	10,2	236,1	25	4,7	3,46	—	—

центренное сжатие по 2-му случаю в обоих направлениях и с симметричным армированием может выполняться предлагаемым ниже способом.

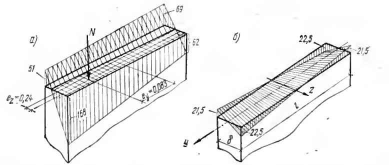


Рис. IX.6. Экспериментальные эпюры деформаций панели № 12 (табл. IX.1) ($\times 10^{-5}$)

а — полные деформации; *б* — бимоментные деформации

Если, как это было в описанном эксперименте, косое внецентренное сжатие создается силой N, приложенной с двумя начальными эксцентрицитетами (см. рис. IX.4,*А*), то действие этой силы эквивалентно совместному действию центрально приложенной силы $N_{ц}$, моментов $M_y = Ne_y$, $M_z = Ne_z$ и бимомента $T = Ne_y e_z$. Если же непосредственно заданы центральная сила $N_{ц}$ и моменты M_y и M_z, то бимомент отсутствует, но эта группа усилий не может быть заменена одной силой (см. рис. IX.4,*А*). Поэтому не удается рассчитать внецентренно-сжатую панель, непосредственно по указаниям п. 3.28 СНиП II-21-75.

Бимомент, возникающий при первом способе комплектования внешней нагрузки, создает пропеллерную депланацию сечения панели и соответствующие нормальные напряжения σ_ω, удовлетворяющие условию $\int\limits_F \sigma_\omega \, dF = 0$.

На рис. IX.6,*а* показана для примера эпюра деформации панели № 12 (см. табл. IX.1). Выделяя из нее эпюры, относящиеся к действию $N_{ц}$, M_y и M_z, получим остаточную эпюру (рис. IX.6,*б*), характер которой убедительно говорит о том, что она создана именно бимоментом. По условиям равновесия бимомент равен:

$$T = N e_z e_y = 4 \int\limits_0^{0,5l} \int\limits_0^{0,5\delta} \sigma_\omega (y, z) \, y z \, dy \, dz. \qquad (IX.1)$$

Так как на главных осях $\sigma_\omega = 0$, то в остальной части сечения

$$\sigma_\omega (y, z) = \frac{4\sigma_{\omega \max}}{\delta l} \, y z. \qquad (IX.2)$$

Подставляя (IX.2) в (IX.1) и интегрируя, получим:

$$T = \frac{\delta^2 l^2}{36} \, \sigma_{\omega \max}, \qquad (IX.3)$$

а так как $T = N e_y e_z$, то

$$\sigma_{\omega\,\max} = \frac{36\, e_y\, e_z}{\delta\, l}\; \frac{N}{F}\,. \qquad \text{(IX.4)}$$

Исключая влияние модуля E из формулы (IX.4), найдем:

$$\varepsilon_{\omega\,\max} = \frac{36\, e_y\, e_z}{\delta\, l}\; \varepsilon_{\text{ц}}\,. \qquad \text{(IX.5)}$$

Для панели № 12 из опыта получено $\varepsilon_{\text{ц}} = 31 \cdot 10^{-5}$, следовательно, по (IX.5) при фактических эксцентрицитетах перед разрешением $e_y = 25$ см и $e_z = 3{,}4$ см $\varepsilon_{\omega\,\max} = 22{,}2 \cdot 10^{-5}$, что почти точно совпадает с опытными значениями бимоментных деформаций (рис. IX.6,*б*).

Полные наибольшие напряжения в ближайшем к силе N углу сечения панели составят:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F}\left(1 + \frac{6\, e_z}{\delta} + \frac{6\, e_y}{l} + \frac{36\, e_z e_y}{\delta\, l}\right) \leqslant \frac{N_{\text{ц}}}{F}\,. \qquad \text{(IX.6)}$$

Приняв во внимание, что при действии только силы N_z в момент разрушения было бы $\frac{N_z}{F}\left(1 + \frac{6\, e_z}{\delta}\right) = \frac{N_{\text{ц}}}{F}$, а при действии только N_y — соответственно $\frac{N_y}{F}\left(1 + \frac{6\, e_y}{l}\right) = \frac{N_{\text{ц}}}{F}$ и, следовательно, $\frac{6\, e_z}{\delta} = \frac{N_{\text{ц}}}{N_z} - 1$, а $\frac{6\, e_y}{l} = \frac{N_{\text{ц}}}{N_y} - 1$, найдем, подставляя последние выражения в (IX.6):

$$N \leqslant \frac{N_z\, N_y}{N_{\text{ц}}}\,, \qquad \text{(IX.7)}$$

где $N_{\text{ц}}$ — расчетная наибольшая продольная сила, которая может быть воспринята сечением при условном центральном сжатии без учета продольного изгиба; N_z — расчетная наибольшая сила, которая может быть воспринята сечением при заданном эксцентрицитете e_z, N_y — то же, при заданном эксцентрицитете e_y (см. рис. IX.4).

При этом для бетонных панелей $N_{\text{ц}} = R_{\text{пр}} \delta l$, а N_y и N_z — по СНиП II-21-75, пп. 3,2—3,6.

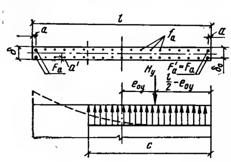


Рис. IX.7. К выводу формул (IX.8) — (IX.11)

В железобетонных панелях арматура располагается около граней, параллельных продольной оси сечения (рис. IX.7). Поэтому при вычислении N_z надо пользоваться пп. 3.19—3.25, а при вычислении N_y — п. 3.28 СНиП II-21-75. Для упрощения определения N_y можно в предварительных расчетах принять (как это было сделано для оценки результа-

тов эксперимента), что вся арматура, находящаяся в условной сжатой зоне c (см. рис. IX.7), работает с предельным сопротивлением R_{ac} ($\sigma_т$), а на остальной части сечения $\sigma_{ac}=0$. Длина зоны c такова, что ее центр совпадает с линией действия внешней сжимающей силы. Тогда применительно к действовавшему во время обработки эксперимента СНиП II-В.1-62

$$N_y = \frac{0{,}5\,\delta\, l^2 R_{пр}^{оп} + \sigma_т\,[F_а\,(l-2a) + f_а\,(l^2 - 4e_{o\,y}^2)]}{0{,}5l + e_{o\,y}}. \qquad (IX.8)$$

Предельные силы N_z при малых эксцентрицитетах и $N_ц$ принимались равными:

$$N_z = \frac{0{,}5l\,\delta_0^2 R_{пр}^{оп} + \sigma_т\,(F_а + l f_а)(\delta_0 - a')}{0{,}5\delta - a + e_{o\,ц}\,\eta_z}; \qquad (IX.9)$$

$$N_ц = R_{пр}^{оп}\,\delta\, l + 2\sigma_т\,(F_а + l f_а). \qquad (IX.10)$$

В формулах (IX.9), (IX.10) $f_а$ — площадь сечения вертикальной арматуры на единицу длины панели с каждой ее стороны; остальные обозначения — по рис. IX.7.

Расчет по этим формулам удовлетворительно подтверждается результатами описанного эксперимента (табл. IX.1).

При расчете опорных сечений панели не вводятся в расчет продольная арматура и коэффициент η.

Согласно [45], прочность опорного сечения стеновой панели при центральном сжатии составит:

$$N_{оп.ц} = R_{оп}\,F_{оп}\,m_ш\,m_{оп}; \qquad (IX.11)$$

$$R_{оп} = R_{пр.б} + k\,\mu_к^с\,R_а^с \leqslant 1{,}3\,R_{пр.б}, \qquad (IX.12)$$

где $R_{пр.б}$ — призменная прочность бетонной панели; k — коэффициент эффективности косвенного армирования по формуле (IX.46); $\mu_к^с$ — объемный коэффициент косвенного армирования по формуле (IX.48); $R_а^с$ — расчетное сопротивление стержней сетки растяжению; $F_{оп}$ — площадь опорной зоны стыка, через которую передается сжимающее усилие, обычно $F_{оп}=\delta l$; $m_ш$ — коэффициент, учитывающий прочность горизонтального растворного шва;

$$m_ш = 1 - \frac{0{,}08}{0{,}2 + R_ш/R_{ст}} \leqslant 0{,}9;$$

$R_ш$ — марка (кубиковая прочность) раствора в шве; $R_{ст}$ — марка бетона стеновой панели; $m_{оп}$ — коэффициент, учитывающий особенности конструкции стыка (см. рис. IX.2), определяется по указаниям [45], в частности: для контактного стыка $m_{оп}=1$; для платформенного

$$m_{оп} = \left(1 + \frac{0{,}8\,R_м}{R_{пер}}\right)\frac{F_{пл}}{F_{оп}};$$

$R_м$ — марка раствора (бетона) замоноличивания; $R_{пер}$ — марка бетона панелей перекрытия; $F_{пл}$ — суммарная площадь участков перекрытий в стыке.

При косом внецентренном сжатии прочность опорных зон

Рис. IX.8. Работы перемычки в сжатой стене

а — распределение напряжений сжатия по горизонтальным сечениям [53]; *б* — схема деформирования

Рис. IX.9. Схема армирования перемычек

а — высокой; *б* — низкой [45]

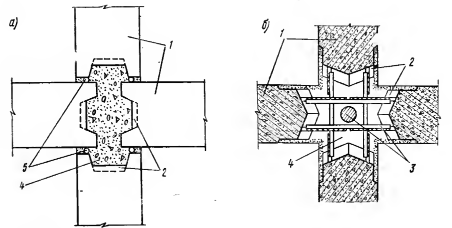


Рис. IX.10. Вертикальные стыки несущих панельных стен (ЦНИИЭП жилища)

а — в обычных условиях; *б* — для сейсмических районов; *1* — стеновые панели; *2* — шпонки на торцах панелей; *3* — арматура; *4* — замоноличивание; *5* — упругая прокладка

панелей следует проверить по формуле (IX.7), в которой при $N_{оп.ц}$ по (IX.11) N_z и N_y заменяются на:

$$\left.\begin{aligned} N_{оп.z} &= N_{оп.ц}(1 - 2e_{o\,z}/\delta); \\ N_{оп.y} &= N_{оп.ц}(1 - 2e_{o\,y}/l). \end{aligned}\right\} \qquad (IX.13)$$

Перемычки и вертикальные стыки в панельных несущих стенах. Надпроемные перемычки восприиимают вертикальиую нагрузку от перекрытий, участвуют как связи сдвига в общей работе несущей системы здания и воспринимают вместе со всей стеной сжатие от вертикальных иагрузок.

Как видно из рис. IX.8, сжатие простенков вызывает в перемычке бочкообразную деформацию и даже трещины, уменьшающиеся от углов к середине. В углах перемычки имеют место также наибольшие усилия от изгиба под тяжестью перекрытия и от перекоса в результате деформации всей несущей системы в целом.

Перемычки рассчитываются на возможиые невыгоднейшие сочетания этих усилий как балки, защемленные на опорах. По абсолютно наибольшему моменту подбирается симметричиая продольная арматура $F_а = F'_а$, по поперечной силе — поперечная арматура.

Для сокращения трудоемкости моитажа перемычки выполняются в виде консолей основной панели (как показано на рис. IX.9 [45]).

Вертикальные стыки панелей несущих стен должны обладать минимальной податливостью и достаточиой звукоизоляцией, поэтому их выполняют с помощью свариых и шпоиочных соединений (рис. IX.10), рассчитываемых по СНиП II-21-75 на усилия сдвига, найденные по указаниям глав III, IV и § 5 настоящей главы.

§ 2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДИАФРАГМ

В тех столбах вертикальных диафрагм, в которых сжатие иевелико, могут возникать краевые растягивающие напряжения. Опасность возиикновения трещин на растянутой стороне диафрагмы может быть устранена предварительным иапряжеиием (рис. IX.11). В то же время иапряжения иа сжатой кромке диафрагмы под действием расчетных внешиих нагрузок и обжатия напрягаемой арматурой не должны превышать предельного сопротивления бетона сжатию $R_{пр}$.

Так как иапряжеиия сжатия иевелики, то количество иенапрягаемой арматуры будет минимальиым. Для упрощения выкладок влияние этой арматуры в дальнейшем учитывать ие будем, полагая приведениую площадь сечения панели равиой:

$$F_п = F_б + 2nF_н\,, \qquad (IX.14)$$

где $F_н$ — площадь напрягаемой арматуры у каждой кромки панели.

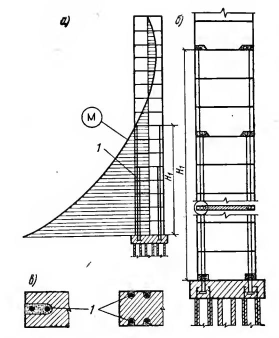


Рис. IX.11. Предварительно-напряженная диафрагма

а — общий вид с эпюрой моментов (H_1 — зона предварительного напряжения); *б* — деталь предварительно-напряженной зоны; *в* — варианты установки напрягаемой арматуры в каналы у торцов панелей

Из условия прочности у сжатой кромки должно быть:

$$\sigma_N + \sigma_в + \sigma_б \leqslant R_{пр}, \qquad (IX.15)$$

из условия трещиностойкости — в горизонтальном шве у растянутой кромки сборной диафрагмы

$$\sigma_N^н - \sigma_в^н + \sigma_б \geqslant 0. \qquad (IX.16)$$

В формулах (IX.15) и (IX.16)
$\sigma_N = N/F_п$; $\sigma_N^н = N^н/F_п$; $\sigma_б = 2N_{02}/F_п$.

Подставляя эти значения в (IX.15) и (IX.16) и умножая на $F_п$, получим:

$$2\,N_{02} \leqslant N_{пр} - N - \sigma_в\,F_п\,; \qquad (IX.17)$$

$$2\,N_{02} \geqslant \sigma_в^н\;F_п - N^н\,, \qquad (IX.18)$$

где $N_{02} = \sigma_{02} F_н$ — усилие в напрягаемой арматуре у каждой кромки панели после проявления всех потерь; $N_{пр} = R_{пр} F_п$ — предельное усилие сжатия, которое может воспринять сечение диафрагмы; N — нормальная сила в столбе от внешних нагрузок; $\sigma_в = M_в/W_п$ и $\sigma_в^н = M_в^н/W_п$ — напряжение на кромках столба диафрагмы от действия момента, созданного ветровой нагрузкой; $W_п$ — момент сопротивления приведенного сечения.

Согласно [23], порядок расчета предварительно-напряженного столба диафрагмы сводится к следующему. Проверяют

$$\sigma_в^н = \frac{M_в^н}{W_п} \lessgtr \frac{N^н}{F_п} = \sigma_N^н. \qquad (IX.19)$$

Если $\sigma_в^н \leqslant \sigma_N^н$, то растяжение не возникает и нет надобности делать диафрагму предварительно-напряженной. Если $\sigma_в^н > > \sigma_N^н$, то надо проверить

$$\sigma_в^H \leqslant \frac{R_{пр} + \sigma_N^H (1 - k_1)}{1 + k}. \qquad (IX.20)$$

где k и k_1 — коэффициенты перегрузки согласно СНиП II.6-74 для ветровой и вертикальной нагрузок.

Если $\sigma_в^н$ превышает это значение, то при данных размерах панели и площади сечения напрягаемой арматуры обеспечить трещиностойкость не удается. Следует увеличить сечение напряженной арматуры или повысить марку бетона и т. п.

Найдя по формуле (IX.18) N_{02}, можно задавшись потерями, найти $F_н$ и подобрать напрягаемую арматуру (см. гл. X, пример 9).

Арматура предварительно-напряженных диафрагм должна быть надежно заанкерена в фундаменте (см. рис. IX.11). Выше зоны H_I, в которой по расчету требуется предварительное напряжение, панели соединяются сваркой выпусков ненапрягаемой вертикальной контурной арматуры (см. рис. IX.3 и IX.9).

§ 3. ПЕРЕКРЫТИЯ

Общие сведения. Согласно [45], перекрытия разделяются на акустически однородные и акустически неоднородные. К первым относятся монолитные перекрытия и перекрытия из сплошных панелей или многопустотных настилов.

Акустически неоднородные перекрытия выполняются в виде комплексной конструкции (рис. IX.12). При пролетах более 5,1 м несущую часть перекрытий рекомендуется выполнять с предварительным напряжением.

Сборные панели перекрытий (настилы) объединяются над опорами связями в единый диск, работающий как горизонтальная диафрагма жесткости. Связями служат замоноличиваемые бетонные шпонки со сваркой выпусков (см. рис. IX.12).

На изгиб от вертикальной нагрузки (если специальными мерами не гарантировано защемление или неразрезность) перекрытие рассчитывается как свободно опертое, в том числе и при платформенном опирании. Последнее объясняется тем, что возможны случайные эксцентрицитеты в соседних стенах, направленные навстречу друг другу и, следовательно, создающие положительный момент в пролете перекрытия. В зависимости от конструктивного решения перекрытие может опираться по двум, трем и четырем сторонам и соответственно должно быть рассчитано.

Изгиб сборного перекрытия вертикальными нагрузками. В сборном перекрытии (рис. IX.13) панели сопрягаются между

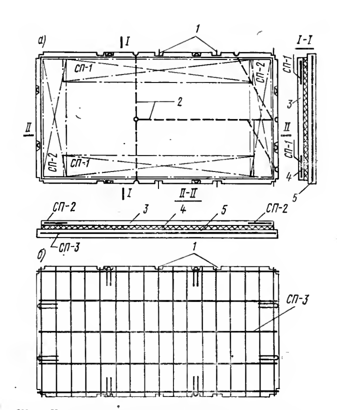


Рис. IX.12. Комплексная легкобетонная панель перекрытия

а — общий вид панели и армирование основания пола (сетки СП-1 и СП-2); *б* — схема армирования несущей части панели перекрытия (сетка СП-3); *1* — шпонка и выпуск арматуры для связи с соседией панелью; *2* — каналы электроразводки; *3* — основание пола; *4* — звукоизоляционный слой; *5* — несущая часть панели перекрытия

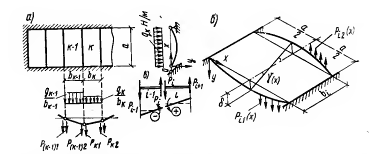


Рис. IX.13. Схема сборного перекрытия

а — расчетная схема к выводу уравнения (Х.21); *б* — к определению кривизны кромок при кручении; *в* — расчетная схема к уравнению (IX.23)

собой замоноличенным швом, который обеспечивает их совместную работу при различных нагрузках на отдельных панелях или в разных условиях их опирания.

Будем считать, как это следует из экспериментов, что продольные швы работают как цилиндрические шарниры, передающие с панели на панель только поперечную силу (рис. IX.13,*a*). Силы взаимодействия смежных панелей $p_{ij(x)}$ распределены по неизвестному пока закону вдоль линий сопряжения панелей. Кривизна линий сопряжения для смежных панелей, очевидно, должна быть одинакова. Суммируя кривизны изгиба и кручения, получим [29]:

$$\frac{M_{k-1}}{E J_{k-1}} - \frac{p_{k-1,1} - p_{k-1,2}}{G J_{d,\ k-1}} \left(\frac{b_{k-1}}{2} \right)^2 = \frac{M_k}{E J_k} + \\ + \frac{p_{k1} - p_{k2}}{G J_{d,\ k}} \left(\frac{b_k}{2} \right)^2. \qquad \text{(IX.21)}$$

Первые члены в обеих частях этого равенства представляют собой известные выражения кривизны изгиба. Объясним происхождение вторых членов, учитывающих кручение. Из рис. IX.13,*б* видно, что прогиб кромки под влиянием кручения равен:

$$\delta_i(x) = \frac{b_i}{2} \gamma(x). \qquad \text{(IX.22)}$$

Так как согласно известной дифференциальной зависимости кривизна $1/\rho = \pm\delta''(x)$, то, дважды дифференцируя (IX.22) и заменяя в результате

$$\gamma'' = \frac{M'_{\text{кр}}}{G J_d} = \frac{p_{i\,1} - p_{i\,2}}{G J_d} \frac{b}{2},$$

получаем вторые члены уравнения (IX.21).

Дважды дифференцируя (IX.21), придем к системе дифференциальных уравнений для любым образом опертого и загруженного перекрытия, составленного из настилов любого поперечного сечения, для которых известны изгибная и крутильная жесткости:

$$p''_{i-1} + 2p''_i + p''_{i+1} + k^2_{i-1} p_{i-1} - (k^2_{i-1} + k^2_i) p_i + k^2_i p_{i+1} = \\ = -k^2_{i-1} q_{i-1} + k^2_i q_i, \qquad \text{(IX.23)}$$

где индекс усилия p совпадает с индексом панели, расположенной справа от рассматриваемого шва (рис. IX.13,*в*).

$$k^2_i = \frac{G J_{d\,i} \cdot 4}{E J_i b^2_i} = \frac{1{,}6 J_{d\,i}}{b^2_i J_i}. \qquad \text{(IX.24)}$$

Уравнения (IX.23) записываются для всех швов между панелями (с учетом, при необходимости, симметрии системы).

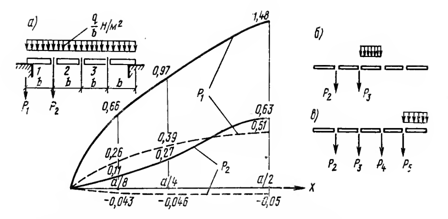


Рис. IX.14. Схема загружения и опирания сборных перекрытий

а — сплошное загружение, опирание крайних панелей на продольные стены; *б*, *в* — разные загружения перекрытий со свободными продольными краями (эпюры в долях *q* относятся к схеме *а*: сплошными линиями для пролета $a=6$ м, пунктирными — для $a=2{,}4$ м)

Для шва между первой панелью и продольной стеной в случае опирания панели на стену кривизна, очевидно, равна нулю, и поэтому первое уравнение системы имеет вид:

$$k_1^2\,(q_1 + p_1 - p_2) - p_1'' - p_2'' = 0. \qquad \text{(IX.25)}$$

При опирании крайней панели на податливую перемычку, рандбалку и т. п. первое уравнение становится таким:

$$2\,p_1'' + p_2'' - (k_0^2 + k_1^2)\,p_1 + k_1^2\,p_2 = -\,k_0^2\,q_0 + k_1^2\,q_1, \qquad \text{(IX.26)}$$

где k_0^2 определяется по (IX.24) для поперечного сечения опорной перемычки или балки; q_0 — погонная внешняя нагрузка, действующая непосредственно на эту балку.

Для перекрытия, составленного из одинаковых панелей, $k_{i-1} = k_i = k$ и решение упрощается. Например, для схемы (рис. IX.14,*а*) получим систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &p_1'' + p_2'' - k^2\,(p_1 - p_2) = k^2\,q;\\ &p_1'' + 2\,p_2'' + k^2\,(p_1 - 2\,p_2) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IX.27)}$$

решение которой дано в примерах 12 и 13 в гл. X.

Для перекрытия (рис. IX.14,*б*) на свободном крае $p_1 = 0$ и система уравнений принимает вид:

$$\left.\begin{aligned} &2\,p_2'' + p_3'' - 2\,k^2\,p_2 + k^2\,p_3 = 0;\\ &p_2'' + 2\,p_3'' - p_3'' + k^2\,p_2 - 2\,k^2\,p_3 - k^2\,p_3 = k^2\,q. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IX.28)}$$

На рис. IX.14 представлены эпюры усилий в швах для перекрытия по схеме «а» (соответствующие расчеты приведены в гл. X). Анализ этих результатов показывает, что при увели-

ченнн пролета возрастают уснлия в швах и опорное давлеиие на стену, параллельную иастилам; это опориое давление весьма значительно и должно учитываться при расчете стеи. Панелн перекрытнй помнмо изгиба подвергаются скручиваиию, что следует учнтывать при нх армироваиии. В частиости, если крайняя панель опнрается на параллельную ей стену, то, согласно формуле (IX.22), определяется полиая кривизиа не опертой на стенку кромки, прнчем используются уже известные уснлия p_1 и p_2 для сечения $x=a/2$

$$\frac{1}{\rho}=\frac{M_1}{EJ_1}-\frac{p_1-p_2}{GJ_{d_1}}\left(\frac{b_1}{2}\right)^2, \qquad \text{(IX.29)}$$

где M_1 — изгибающий момент в середине пролета $(x=a/2)$, определяемый в предположеиии, что силы p_i распределены по параболе:

$$M_1=\frac{qa^2}{8}+(p_1-p_2)\frac{5a^2}{48}. \qquad \text{(IX.30)}$$

Усилия p_i подставляются в этн формулы со своимн знакамн. Зная кривнзну (IX.29), можно иайти эквивалеитиый изгибающий момент иа единицу ширины паиели

$$M_{экв}=\frac{1}{\rho}\,\frac{EJ_1}{b_1} \qquad \text{(IX.31)}$$

и по нему подобрать сечеине продольиой арматуры в полосе панели шнриной $0{,}35b$, прнмыкающей к свободному краю. Среднюю полосу шнрнной $0{,}3b$ надо армировать на изгибающнй момент только от нагрузкн q, а в полосе, прнмыкающей к стене, ннжняя продольная арматура ставится конструктивио. На кручение плнта армируется по общнм правилам такого армнрования.

Предложеииый метод расчета дает решеиие в замкиутой форме, что делает обозрнмой всю нскомую функцию $p_i(x)$. Эпюры этой функцни имеют довольио стабнльную форму и могут быть прнблнжеино аппроксимнрованы какой-лнбо кривой. Положим, как было приинято для определеиия кривизиы (IX.31), что усилия p_i распределены вдоль шва по закону параболы. В таком случае изгибающнй момент в середние пролета определяется выраженнем (IX.30). Подставляя это значеиие M в (IX.21), прндем к алгебраической системе уравнений

$$p_{i-1}(u_1-1)-2p_i(u_1+1)+p_{i+1}(u_1-1)=u(q_i-q_{i-1}), \qquad \text{(IX.32)}$$

где p_i — интенсивиость усилия взаимодействия в швах между паиелями посередине их пролета;

$$\left.\begin{aligned} u&=\frac{k^2x^2}{8};\\ u_1&=\frac{5}{6}u. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IX.33)}$$

Как видно из табл. IX.2, результаты приближенного расчета по (IX.32) удовлетворительно согласуются с точными.

Таблица IX.2

Схема		Метод расчета, номер формулы	Усилие в швах при $x=a/2$ (в долях q)				
			p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
IX.14,*а*	$a=6$ м	по (IX.23) по (IX.32)	1,48 1,22	0,63 0,38	—	—	—
	$a=2,4$ м	по (IX.23) по (IX.32)	0,515 0,502	—0,05 —0,045	—	—	—
IX.14,*б*		по (IX.23) по [1] по (IX.32)	—	0,195 0,183 0,185	0,391 0,399 0,441	—	—
IX.14,*в*		по [1] по (IX.32)	—	0,032 0,081	0,205 0,192	0,376 0,377	0,671 0,709

Перекрытия как связи сдвига между столбами диафрагм. В гл. VII и в § 1 гл. V предложены методы определения усилий, возникающих в перекрытиях как в элементах несущей системы здания. Эти усилия требуют соответствующего армирования перекрытий. Рассмотрим, например, работу перекрытия как связи сдвига между столбами диафрагм (см. § 1 гл. V).

Дополнительную (сверх необходимой для восприятия вертикальной нагрузки на перекрытие) площадь сечения арматуры следует подбирать исходя из момента

$$M_п = Q_п \cdot 0,5\, l, \qquad \text{(IX.34)}$$

где $Q_п$ — перерезывающая сила в перекрытии — связи сдвига; определяется из расчета несущей системы здания (гл. III—IV) при значении параметра s по указаниям § 1 гл. V.

Рис. IX.15. Примерная схема дополнительного армирования перекрытия в зонах концентрации моментов
а — на $M_п$; *б* — на M_x

Найденная таким образом арматура располагается по направлению y (рис. IX.15,*а*). В направлении x, т. е. перпендикулярно плоскости диафрагм, дополнительная арматура может быть подобрана приближенно (с запасом) на момент $M_x=0,5M_п$ и расположена равномерно на участках шириной $l/2$ с центром у торцовых кромок столбов диафрагм (см. рис. IX.15,*б*).

Так как арматура оказывается двойной и симметричной, то ее площадь

$$F_a = F'_a = M/[R_a (h_0 - a')],\qquad (IX.35)$$

где M — соответствующий момент ($M_п$ или M_x); $R_а$ — расчетное сопротивлеиие арматуры; h_0 — полезная высота сечения плиты; a' — расстояние от центра сжатой арматуры до наиболее сжатой кромки бетонного сечения.

Армировать следует сталью низких классов с тем, чтобы уменьшить деформации и трещинообразование. При невозможности исключить образование трещин расчет диафрагм следует вести исходя из сниженной жесткости плит-связей, как указано в § 2 гл. V.

Перекрытия как горизонтальные диафрагмы. Усилия M и Q возникают в плоскости перекрытий под действием горизонтальной и вертикальной нагрузки на здание. Определение этих усилий рассмотрено в главах VII и VIII. При расчете по деформированной схеме наиболее велик момент в плоскости перекрытия над первым этажом.

Несущая способность перекрытия при работе в своей плоскости проверяется двояко: по моменту исходя из сопротивления связей между панелями растяжению-сжатию и по поперечной силе исходя из сопротивления швов сдвигу.

Диски перекрытий обычно имеют соотношение длины к ширине, характерное для балок-стенок, поэтому нормальные напряжения концентрируются вблизи кромок поперечного сечения диска. При расположении панелей перекрытия вдоль здания следует соблюдать условие

$$M_{вн} \leqslant N_{кп}\, z,\qquad (IX.36)$$

где $M_{вн}$ — наибольший суммарный изгибающий момент в сечении диска перекрытия от действия ветра на данное перекрытие, от силы взаимодействия между диафрагмами (§ 1 гл. VII), от обрыва отдельных диафрагм (§ 2 гл. VI) и от усилий, выявленных расчетом по деформированной схеме (гл. VIII); $N_{кп}$ — усилие сжатия-растяжения в крайней панели (или распорке унифицированного каркаса);

$$N_{кп} = F_{св} R_а;\qquad (IX.37)$$

z — расстояние между осями крайних панелей поперек здания; $F_{св}$ — площадь сечения стальных связей, соединяющих крайние панели (распорки); $R_а$ — сопротивление стали данного класса.

Важно обеспечить непрерывность передачи усилия с накладной детали на закладную, с закладной на арматуру панели и с арматуры на закладную деталь на противоположном торце панели. Эта цепь должна быть непрерывна и равнопрочна по связям, арматуре и сварным швам. Если вдоль здания располагаются не панели, а ригели, то усилия $N_{кп}$ должны быть восприняты ими.

Расчет на поперечную силу следует выполнять по поперечным и продольным швам так, чтобы сдвигающее усилие воспринималось сопротивлением шпоночно-анкерных связей между

панелями. Если рассматриваемый шов пересекают ригели, то в сопротивление сдвигу шва можно включить сопротивление сжатой зоны ригелей, приближенно равное на одно сечение ригеля:

$$T = 0{,}3\, b\, h_0\, 2\, R_p\,. \qquad (IX.38)$$

§ 4. КОНСТРУКЦИИ, ПОДДЕРЖИВАЮЩИЕ СТЕНЫ

К этой группе конструкций отнесем нижние каркасные этажи зданий комбинированной системы (§ 2 гл. VI), т. е. так называемые «столы» и «ножки», а также цокольные панели и ранд-балки, нагруженные панельными стенами.

Расчет подобных конструкций рассмотрен в работе [43], поэтому здесь мы ограничимся только теми сторонами этой задачи, которые специфичны для современных высоких зданий.

Характерной особенностью нагрузки ригелей (балок), поддерживающих панельные стены, является то, что эта нагрузка вследствие жесткости панельных стен концентрируется вблизи опор (рис. IX.16,*а,б*). Типичным примером может служить настил перекрытия, на который поставлена стеновая панель такой же длины. Настил прогибается, и жесткая стена передает давление на него только около опор, а сама работает как балка-стенка с пролетом, почти равным пролету настила.

Средняя колонна, показанная пунктиром на рис. IX.16,*в*, не обязательна, если ригель способен воспринимать растяжение. В таком случае в нижних стеновых панелях образуется арка, замыкающаяся перемычками и перекрытиями, и эта система при соответствующем исполнении может нести нагрузку от вышерасположенных этажей здания. Такая система не жизнеспособна, если горизонтальные швы в панельных столбах не воспринимают сдвиг (рис. IX.16,*г*), если сами панели не обладают достаточной сдвиговой жесткостью (рис. IX.16,*д*) и если горизонтальные связи между столбами очень деформативны (рис. IX.16,*е*).

Рассматривая в элементарной постановке условия равновесия надригельной панели (рис. IX.16,*ж*), получим: $R_A = N$, $H = Nb/3h$, $R_B = 0$, что подтверждает необязательность средней колонны.

Если глухая диафрагма шириной, равной ширине корпуса, опирается на три колонны, ее можно рассматривать как жесткий штамп, и потому распределение всей вертикальной нагрузки между колоннами должно быть пропорциональным их осевым жесткостям EF_i. Ригель можно считать защемленным на всех трех опорах. Условие отсутствия отрыва ригеля от стенки

$$l \leqslant 4{,}73 \sqrt[4]{4\, B/c\, \delta}, \qquad (IX.39)$$

где $B = 0{,}85\ EJ$ — изгибная жесткость преднапряженного ригеля (жесткость ненапряженного ригеля следует уменьшить в 4 раза [24]); c — коэффициент постели для бетона (3—5 кН/см³); δ — толщина стенки диафрагмы.

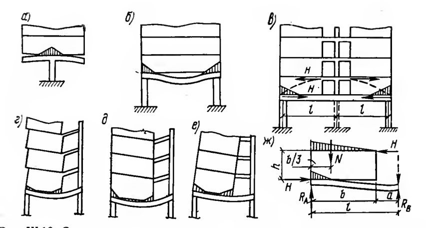


Рис. IX.16. Схемы передачи нагрузки от панельных стен на поддерживающие ригели

а, б — беспроемные стены; *в — е* — стены с проемами; *ж* — расчетная схема распорной системы по схеме *в*

Рис. IX.17. Диафрагма с проемами, опирающаяся на монолитный стол (МНИИТЭП)

а — общий вид; *б, в* — эпюры осевых усилий в межстолбовых связях; *г* — опорный ригель

Если пролет равен предельному по формуле (IX.39), то эпюра давления на ригель от всей нагрузки может быть приближенно представлена в каждом пролете двумя соприкасающи-

мися треугольниками (рис. IX.17,*г*) с интенсивностью давления над колоннами

$$p = N/l,$$

где N — полная вертикальная нагрузка от всей стены.

Конструкция, поддерживающая 16-этажное панельное здание (рис. IX.17), разработана в МНИИТЭПе при консультации автора. Здесь использована идея отказа от средней колонны (см. рис. IX.16,*в*). Поперечник рассчитан тремя способами: с учетом только изгибной податливости столбов и ригеля (сдвиговая жесткость столбов и осевые жесткости перемычек приняты бесконечными); с учетом также сдвиговой податливости столбов (см. рис. IX.16,*д*), с учетом, кроме того, осевой податливости перемычек (см. рис. IX.16,*е*).

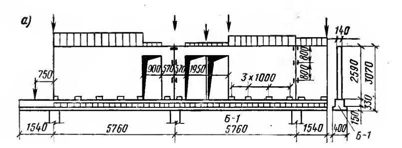
Во всех трех вариантах расчета столбы, ригель и межстолбовые (шарнирные) связи-перемычки считались работающими совместно. Оказалось, что при вертикальной симметричной нагрузке взаимодействие столбов через связи-перемычки ограничивается нижними четырьмя этажами панельного здания, а знак и величина усилий в перемычках зависят от способа расчета и от жесткости ригеля. На рис. IX.17,*б* и *в* графики усилий в перемычках показаны сплошными линиями по первому способу расчета, штриховыми — по второму и штрихпунктирными — по третьему; эпюры принятого распределения давления на ригель изображены под соответствующими графиками. Как видно из графиков, ригель растянут во всех случаях, но усилия в перемычках в первом способе расчета чередуются по знаку от этажа к этажу, тогда как в уточненных расчетах (способ второй и третий) все перемычки сжаты; усилия в перемычках и ригеле очень значительно (иногда в несколько раз) уменьшаются с уточнением расчетных предпосылок. Усилия растяжения в ригеле и сжатия в перемычках зависят от характера эпюры давления столбов на ригель, а следовательно, от его жесткости.

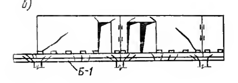
В данном проекте жесткость ригеля определяется высотой технического этажа, а также напряжениями сжатия и среза в зонах опирания ригеля на колонны. Условие отсутствия отрыва ригеля от диафрагмы для однопролетного ригеля

$$l \leqslant \pi \sqrt[4]{4B/c\delta} \qquad \text{(IX.40)}$$

[где обозначения по (IX.39)] удовлетворяется для принятых в проекте размеров ригеля (см. рис. IX.17,*г*), вследствие чего эпюра нагрузки на ригель имеет вид, показанный на рис. IX.17,*в*. При такой эпюре усилия растяжения в ригеле и сжатия в первой снизу перемычке оказываются минимальными (1040 и 652 кН). Увеличение сопротивления ригеля действию поперечной силы достигается с помощью утолщения сечения от середины пролета к опорам (рис. IX.17,*г*).

Наибольшее значение контактных напряжений не должно





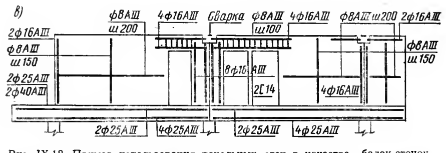


Рис. IX.18. Пример использоваиия панельиых стеи в качестве балок-стенок, поддерживающих верхние этажи [5]

а — общий вид и схема испытательных нагрузок; *б* — образование трещии после испытания; *в* — схема армирования

превышать $R_{пр}$ для стеновой панели с учетом возможного его увеличения за счет косвенного армирования (§ 1 гл. IX).

Длину проекции наклонного сечения c для расчета ригеля на поперечную силу найдем (с учетом эпюры контактного давления p) из уравнения

$$c^3 - \left(1 + \frac{q_x}{p}\right) \frac{l}{2} c^2 + 2 b h_0^2 R_p . \qquad \text{(IX.41)}$$

Найдя значение c, рассчитаем поперечные стержни, пользуясь формулами (72) и (73) СНиП II-21-75.

В зоне опирания на колонну ригель следует усилить 3—4 горизонтальными сетками косвенного армирования.

Удачное решение конструкции, поддерживающей стены 9-этажного панельного здания в Минске, показано на рис. IX.18 [5]. Здесь в качестве ригеля использованы стеновые панели первого жилого этажа, объединенные сваркой с балками, поддерживающими нижнее перекрытие. Испытания серии таких конструкций показали, что их несущая способность достаточна.

Сварные соединения между стеновыми панелями и балкой обеспечили их совместную работу вплоть до разрушения.

§ 5. КАРКАСЫ И КАРКАСНЫЕ ДИАФРАГМЫ

Виды каркасов. Современные каркасные многоэтажные здания проектируются преимущественно по связевой, реже — по рамно-связевой схеме (см. § 2 гл. 1).

В связевом каркасе жесткость узлов назначают так, чтобы каркас мог опережать монтаж вертикальных диафрагм на 2—4 этажа. Для этой цели узел сопряжения ригеля с колонной проектируют на момент, равный 55 кН·м.

Связевый каркас всегда более материалоемок, чем рамно-связевый, так как при наличии тех же элементов (каркаса и диафрагм) в нем используются на горизонтальные нагрузки только диафрагмы. Очевидно, при этом диафрагмы должны быть более мощными, чем в рамно-связевой схеме, а рамы почти такими же, поскольку усилия в них определяются в основном вертикальными нагрузками.

В отношении разрезки на монтажные элементы каркасы можно разделить на две основные группы: каркасы с крестовыми элементами и, следовательно, с монолитными узлами соединения ригелей с колоннами (рис. IX.19,*а, б*) и каркасы с линейными элементами, т. е. со сборными узлами (рис. IX.19,*в, г*).

При крестовой разрезке затруднена механизация изготовления и плохо используются производственные площади; возникает необходимость в специальных приспособлениях для транспорта, складирования и монтажа с выверкой в трех плоскостях; увеличивается номенклатура изделий по сравнению с линейными вариантами разрезки.

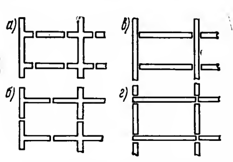


Рис. IX.19. Варнаиты разрезки каркаса иа монтажные элементы

а, б — крестовые; *в* — лннейная с многоэтажными колоннами; *г* — лннейная с одноэтажными колоннамн

Каркасы с линейной разрезкой свободны от этих недостатков, массовое изготовление их элементов освоено промышленностью, монтаж не вызывает затруднений. Недостатком линейных каркасов является необходи-

мость стыковать элементы в зоне максимальных узловых моментов (в рамно-связевом каркасе). Однако для наиболее распространенного связевого каркаса это несущественно. Из каркасов с линейной разрезкой (рис. IX.19,*в, г*) предпочтителен каркас типа «в». Он имеет меньшее число монтажных элементов и стыков колонн (последние могут быть выполнены цельными на 3—4 этажа).

Компоновка ячейки связевого каркаса показана на рис. 1.4. Каркас образуется колоннами, ригелями, настилами и распорками, а также вертикальными диафрагмами — стенками жесткости.

Колонны и их стыки. Колонны должны рассчитываться на косое внецентренное сжатие с учетом случайных эксцентриситетов в направлении обеих осей сечения по СНиП II-21-75. Эти эксцентриситеты принимаются во внимание при учете нагрузки от вышележащих этажей, а нагрузка от ригелей, расположенных непосредственно над рассчитываемым сечением, считается приложенной с эксцентриситетом (в плоскости ригелей при условно шарнирном их опирании)

$$e_p = \pm N_p a / N_1, \qquad (IX.42)$$

где N_p — разность опорных реакций ригелей; a — расстояние от центра сечения колонн до центра опоры ригеля; N_1 — сумма опорных реакций ригелей данного этажа.

При жестком сопряжении колонн с ригелями

$$e_p = M_к / N_1,$$

где $M_к$ — момент, передающийся на колонну в рамном узле.

Расчет производят на два случая загружения: полной нагрузкой на обоих ригелях и при отсутствии полезной нагрузки на одном из ригелей.

Полный расчетный эксцентриситет в плоскости ригелей равен:

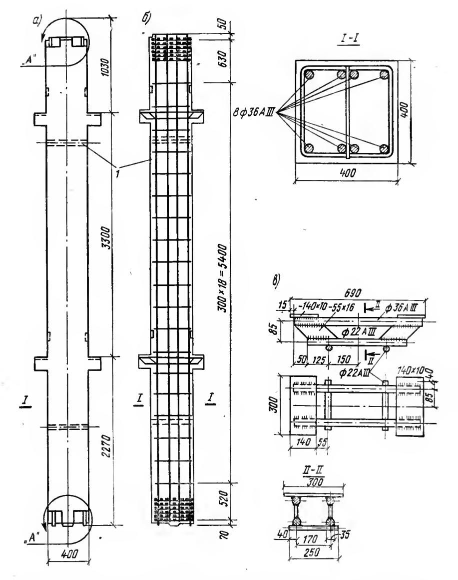
$$e = \frac{N_0 e_0 + N_1 e_p}{N_0 + N_1} \geqslant e_0, \qquad (IX.43)$$

где N_0 — нормальная сила в колонне от вышележащих этажей; e_0 — случайный эксцентриситет по СНиП II-21-75.

Колонны, в особенности двух- и трехэтажные, должны быть проверены на изгиб в монтажно-транспортном положении под действием собственной массы с коэффициентом динамичности 1,5.

Конструкция рядовой двухэтажной колонны связевого каркаса (Моспроект-1) под расчетную центральную нагрузку 6,06 МН показана на рис. IX.20.

Сечение 40×40 см унифицировано для всех колонн, а различие в воспринимаемых нагрузках компенсируется изменением армирования и марки бетона. Так, для расчетных центральных нагрузок 1,67; 3,39; 4,52 и 6,06 МН принимается соответственно арматура класса А-III — 4∅16; 4∅20; 4∅32 и 8∅36 и проч-



ность бетона на сжатие 20, 40, 50 и 50 МПа. Эксцентрицитет снижает нагрузку, воспринимаемую сечением колонны.

Несущая способность колонн связевого каркаса ограничивает этажность зданий при сетке 6×6 м 16—17 этажами. В нижних этажах более высоких зданий применяют колонны с повышенной маркой бетона (до 80 МПа), колонны со стальным сердечником (с жесткой арматурой) с косвенным или усиленным армированием.

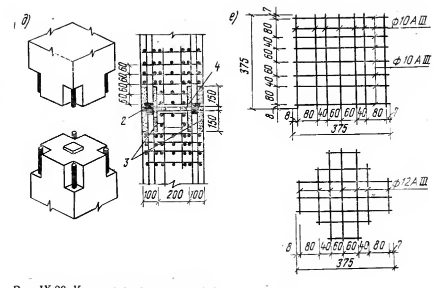


Рис. IX.20. Колонна связевого каркаса

а — опалубочный чертеж; *б*, *в* — армирование; *г* — деталь арматуры консоли; *д* — стык колонн (узел *А*); *е* — арматурные сетки у торцов колонны; *1* — трубки для выемки из форм; *2* — ванная сварка; *3* — замоноличивание бетоном; *4* — зачеканка раствором

При сохранении сечения колонны 40×40 см стальные сердечники по соображениям огнестойкости не должны иметь размеры, большие, чем 28×28 см, что теоретически позволяет довести несущую способность колонн до 240 МН. На рис. IX.21 показана конструкция стального сердечника колонн из двух листов сечением 26×6 см каждый. Максимальная несущая способность колонн с сердечником площадью 26×18 см из стали 10Г2С1 с $\sigma_т = 326$ МПа составила в опытах НИИЖБа [41] 203,9 МН при марке бетона 49 МПа. Эти опыты показали, что при проценте армирования до 32% и марке бетона до 600 совместная работа бетона и сердечника сохраняется вплоть до разрушения. Это позволяет рассчитывать колонны с сердечником и гибкой арматурой по формулам (65)—(69) СНиП II-21-75, причем при расчете в плоскости наименьшей жесткости число участков жесткой арматуры принимается равным числу листов в пакете сердечника, а при расчете в плоскости листов пакет делится по высоте сечения на два-три участка.

Для определения коэффициента увеличения эксцентрицитета критическую силу можно определить по формуле [41]

$$N_{кр} = 6{,}4\, E_б\, J_п / l_0^2, \qquad (IX.44)$$

где

$$J_п = J_б + (J_{аж} + J_а)\ \frac{E_а}{E_б}. \qquad (IX.45)$$

Формулы (IX.44), (IX.45) пригодны для расчета колонн как

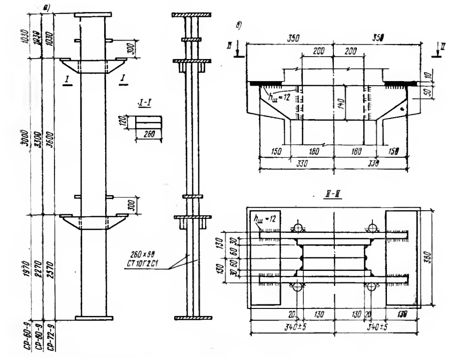


Рис. IX.21. Конструкция металлического сердечника колонны (Моспроект)
а — общий вид; *б* — консоль

с сердечниками, так и с жесткой арматурой в виде прокатных или сварных профилей. В колоннах с сердечником малые изменения эксцентрицитета вызывают большие изменения разрушающей нагрузки, поэтому армирование сердечниками следует применять только при малых эксцентрицитетах, когда все сечение сердечника сжато. На рис. IX.22 изображены детали опирания на фундамент и стыков колонн со стержневой арматурой и с сердечником.

Повышение несущей способности колонн может быть также достигнуто увеличением площади сечения стержневой арматуры. Опыты МНИИТЭПа показали, что при армировании колонны сечением 40×40 см (бетон прочностью на сжатие 50 МПа) двадцатью стержнями ∅ 36 AIII (рис. IX.23) несущая способность при центральном сжатии соответствовала вычисленной по СНиП. Во всех испытанных образцах бетон и арматура работали совместно вплоть до разрушения, причем в предельном состоянии бетон загружен почти равномерно с напряжением, близким к $R_{пр}$, а моменты, созданные эксцентричным приложением нагрузки, воспринимаются только арматурой. Это говорит о том, что бетон в колонне с большим процентом дисперсного ар-

Рис. IX.22. Детали сопряжения колонны

а — опирание колонны с сердечником на фундамент; *б* — стык колонн с гибкой арматурой и с сердечником; *в* — стык колонн с сердечником; *1* — анкерный болт; *2* — стальной прокладник; *3* — подливка цементным раствором, R=20 МПа; *4* — шайба, δ=16 мм; *5* — колонна с гибкой арматурой; *6* — полуавтоматическая сварка под слоем флюса; *7* — колонна с сердечником; *8* — омоноличивание бетоном (Моспроект)

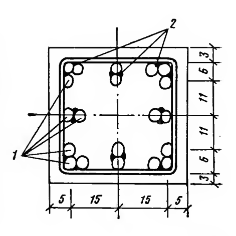


Рис. IX.23. Сечение колонны с большим насыщением продольной арматурой (МНИИТЭП)

1 — Ø 36 АШ; *2* — дуговая сварка, l=50 через 500 мм

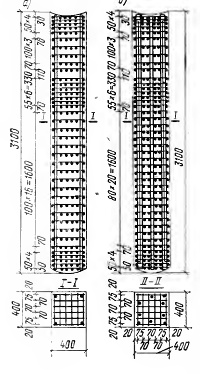


Рис. IX.24. Конструкция колонн с косвенным армированием [21]

а — продольная арматура 4Ø22АШ, сетки Ø 12АШ с ячейкой 7×7 см; *б* — продольная 6Ø28АШ и 4Ø25АШ, сетки Ø8АШ с ячейкой 7×7 см

мирования проявляет свойства идеально упругопластичного материала: его деформации после достижения $R_{пр}$ развиваются без увеличения напряжений. Торцы колонн были усилены восемью рядами сеток Ø 16AIII ячейками 12×12 см, расположенных через 50 мм по высоте колонны.

Увеличение несущей способности колонн при меньшем расходе стали, чем в колоннах с продольным армированием, дает косвенное армирование сетками по всей длине колонны (рис. IX.24). Такое армирование было применено для колонн 14-этажного дома в Москве под нагрузку до 60 МН [21], причем экономия стали по сравнению с продольным армированием составила 30%. Несмотря на это, колонны с таким армированием пока не получили массового распространения из-за повышенной трудоемкости изготовления, особенно при частом расположении сеток. Испытания [71] выявили уточненное значение коэффициента эффективности косвенного армирования, вошедшее в СНиП II-21-75:

$$k = \frac{5 + A}{1 + 4,5A} \leqslant 3, \tag{IX.46}$$

где

$$A = \frac{\mu_к R_a^c}{R_{пр}}; \tag{IX.47}$$

$$\mu_к = \frac{(a_1 + a_2)\, f_a^c}{a_1\, a_2\, s}, \tag{IX.48}$$

a_1, a_2 — размеры сторон ячейки сетки; f_a^c — площадь сечения одного стержня сетки; s — шаг сеток по высоте колонны.

Формула (IX.46) подтверждена испытаниями на центральное сжатие более чем 200 образцов. Для сохранения защитного слоя колонн во время эксплуатации нормативная нагрузка не должна превышать разрушающую, подсчитанную без учета сеток.

Ригели, распорки и их стыки с колоннами. Унифицированная конструкция ригелей каркаса, применяемого в строительстве Москвы, показана на рис. IX.25. Ригели этих типов входят в состав связевого каркаса, рассчитываемого на основе консольной модели (см. § 3 гл. 1), поэтому они рассчитываются только на вертикальную нагрузку как балки на двух опорах с учетом частичного защемления в узлах. При этом $M_{оп}=55$ кН·м и

$$M_{пр} = 0,125\, q\, l^2 - 0,5\, M_{оп}, \qquad (IX.49)$$

Уменьшение пролетного момента только на 0,5 $M_{оп}$ вызвано тем, что многократно повторное действие ветра приводит к постепенному уменьшению опорного момента вследствие накопления в узле пластических деформаций.

На эти моменты подбирают верхнюю и нижнюю арматуру ригеля. Наклонные стержни в месте подрезки ригеля проверяют на суммарное усилие $N_{от}=0,5\, ql \sin\alpha$. Накладку «рыбка» рассчитывают на возникновение в ней текучести при $M_{оп}=$ $=55$ кН·м.

При одностороннем опирании перекрытий на ригель или при неодинаковой нагрузке от перекрытий и других конструкций, опирающихся на ригель, последний рассчитывают на изгиб с кручением.

В рамном и рамно-связевом каркасе с жесткими узлами моменты в ригеле определяют с учетом их перераспределения. На опоре у крайней колоины от вертикальиой иагрузки

$$M_{оп} = q\, l^2/32; \qquad (IX.50)$$

у средних колони

$$M_{оп} = q\, l^2/16, \qquad (IX.51)$$

где q — полная временная н постоянная нагрузки на 1 пог. м ригеля, за исключением его собственной массы; l — расчетный пролет ригеля.

Для восприятия опорных моментов к верхней и нижней арматуре на опоре ригеля приваривают закладные пластины, соединяемые сваркой с закладными деталями колонн, либо непосредственно сваривается опорная арматура ригелей смежных пролетов.

Наибольшие моменты от вертикальной нагрузки в пролете средних ригелей равны:

$$M_{пр} = M_{оп} + 0,125\, g\, l^2, \qquad (IX.52)$$

а в пролете крайних ригелей

$$M_{пр} = 1,25\, M_{оп} + 0,125\, g\, l^2, \qquad (IX.53)$$

где g — собственная масса 1 пог. м ригеля, а $M_{оп}$ принимается по (IX.51).

К моментам (IX.50)—(IX.53) должны быть добавлены моменты, возникающие в ригеле как в элементе несущей системы здания, определяемые по указаниям гл. III—IV.

Распорки (см. поз. *4* на рис. I.4) при пролетах 5,2 м и более армируют с предварительным напряжением тремя стержнями

Рис. IX.25. Ригель Р-66-8 связевого каркаса (Моспроект) (общий вид и детали армирования)

1—5 — номера арматурных стержней

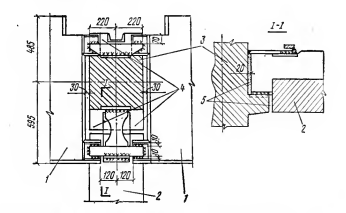
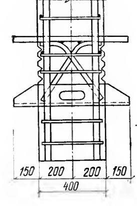


Рис. IX.26. Сопряжение распорок и ригеля с колонной в связевом каркасе

1 — распорка НРФ; 2 — ригель; 3 — колонна; 4 — бетон марки 20 МПа; 5 — цементный раствор

Рис. IX.27. Сборно-монолитные стыки каркасов
а — Латгипрогорстроя [61]; *б* — ТбилЗНИИЭПа



$\varnothing$ 18AIV, при пролете 2,8 м — четырьмя сварными каркасами. Распорки опираются на полки ригеля пальцами, выступающими из их торцов. Узел опирания распорок НРФ (фасадных) и ригеля на колонну в связевом каркасе показан на рис. IX.26. Недостатком этого узла является отсутствие сварки нижней поверхности пальца распорки с полкой ригеля. Этим снижается жесткость каркаса в направлении распорок и недоиспользуется сопротивление перекрытий кручению из плоскости (§ 2 гл. VII). От этого недостатка свободны сборно-монолитные жесткие стыки (рис. IX.27), однако устройство монолитного совмещенного стыка по типу (а) нельзя признать оптимальным, так как испытания [8] выявили возможность разрушения центральной зоны узла при знакопеременных усилиях. В связи с этим реко-

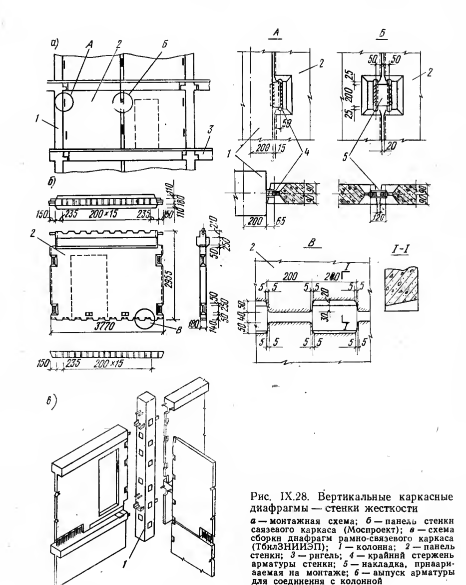


Рис. IX.28. Вертикальные каркасные диафрагмы — стенки жесткости

а — монтажная схема; *б* — панель стенки связевого каркаса (Моспроект); *в* — схема сборки диафрагм рамно-связевого каркаса (ТбилЗНИИЭП); *1* — колонна; *2* — панель стенки; *3* — ригель; *4* — крайний стержень арматуры стенки; *5* — накладка, привариваемая на монтаже; *6* — выпуск арматуры для соединения с колонной

мендуется относить стык колонн от узла в зону меньших изгибающих моментов.

Поскольку в связевых каркасах ригели рассчитывают только на вертикальную нагрузку, ЦНИИЭП торговых зданий предложил отказаться в стыке ригеля с колонной от верхней накладки «рыбки» и от свариваемых с ней закладных деталей. Такое решение снижает металлоемкость стыка и его монтажную и заводскую трудоемкость.

В настоящее время проводится экспериментальное исследование такого облегченного «шарнирного» стыка.

Каркасные вертикальные диафрагмы — стенки жесткости. Различные фрагменты стенок жесткости связевого и рамно-связевого каркасов показаны на рис. IX.28. Связи сдвига по вертикальным швам (узлы *А* и *Б*) препятствуют взаимным смещениям колонн и панелей стенки и объединяют эти элементы в единую вертикальную несущую конструкцию, способную воспринимать вертикальные и горизонтальные нагрузки. Панели стенок жесткости толщиной 14—18 см изготовляют плоскими или двухконсольными. Последние располагают в плоскостях, параллельных рамам каркаса, заменяя ими ригели. Плоские стенки устанавливают по осям, параллельным направлению настилов перекрытий. Горизонтальные швы (см. рис. IX.28) в современных конструкциях диафрагм делают шпоночными (узел *В*) или плоскими, а в сейсмостойких зданиях сваривают выпуски арматуры (см. рис. IX.28,*в*) с последующим обетонированием.

Панели стенок армируют контурными и промежуточными каркасами из стержней ∅ 12—16 мм и сетками из арматуры ∅ 5—6 мм. Сетки располагают около обеих поверхностей панели; размер ячейки сетки обычно 200×200 мм. Испытания сопряжений стенок на сдвиг [51] и опыт их эксплуатации показали, что контурные стержни (поз. *4* на рис. IX.28), являющиеся касательными анкерами связей сдвига, должны охватываться хомутами, как продольная арматура сжатых элементов. Нормальные анкеры этих связей рекомендуется делать сквозными через всю панель от одной закладной до другой.

Вертикальные швы панелей должны заполняться цементно-песчаным раствором, а горизонтальные — бетоном на мелкозернистом щебне. При такой конструкции вертикальные диафрагмы обычно рассчитывают как сплошные столбы, так как соединения элементов оказываются жесткими: их деформативность близка к деформативности монолитного бетона.

Каркасную диафрагму, имеющую податливые сосредоточенные связи, рассчитывают в полном соответствии с методами расчета, приведенными в гл. III—IV. При этом коэффициент s назначается с учетом экспериментальных данных о сдвиговой податливости принятого типа связей (гл. V).

Сопряжения элементов каркасной диафрагмы лучше делать жесткими, чем податливыми, так как это повышает жесткость диафрагмы в целом и уменьшает опасность образования трещин и щелей между колоннами и стенкой.

В таких диафрагмах, расположенных перпендикулярно рамам, вертикальная нагрузка от перекрытий передается с ригелей каркаса непосредственно на колонны. Стенка диафрагмы загружается этой нагрузкой через жесткие связи, соединяющие стенку с колоннами.

В диафрагмах, расположенных в плоскости рам каркаса,

вертикальная нагрузка от перекрытий передается непосредственно на стенку диафрагмы, а также (через жесткие связи между стенкой и колоннами) на колонны каркаса. В обоих случаях исходя из равенства деформаций сжатия колонн и стенки усилия в них равны:

$$N_к = N\, A_к / A; \quad N_с = N\, A_с / A, \tag{IX.54}$$

где N — нагрузка, приходящаяся на всю диафрагму по грузовой площади и собираемая со всех этажей выше рассматриваемого сечения; $A_к = E_к F_к$ — осевая жесткость колонны; $A_с = E_с F_с$ — то же, стенки;

$$A = \Sigma A_к + A_с \ . \tag{IX.55}$$

Податливость горизонтальных швов стенки диафрагмы учитывается приведенным модулем упругости стенки $E_с$ по формуле (V.36); податливость стыков двух-трехэтажных колонн ввиду их большой жесткости можно не учитывать.

Погонное сдвигающее усилие между колонной и стенкой при передаче усилия со стенки на колонну, т. е. когда перекрытия опираются на стенку, $T_{N2} = N_к'$. Так как при монотонной структуре здания $N(x) = px$, то, подставляя это в (IX.54), имеем:

$$T_{N\,2} = p\, \frac{A_к}{A} - p_к\,, \tag{IX.56}$$

$$p = N\,(H)/H, \tag{IX.57}$$

$p_к$ — погонная вертикальная нагрузка, действующая непосредственно на колонну.

При передаче усилия с колонн на стенку (диафрагма параллельна настилам и перпендикулярна рамам) $T_{N1} = N_с'$ и, следовательно, согласно (IX.56),

$$T_{N\,1} = p\, \frac{A_с}{A} - p_{ст}, \tag{IX.58}$$

где

$p_к$ — погонная вертикальная нагрузка, действующая непосредственно на стенку.

Погонное сдвигающее усилие $T_в$ в любом вертикальном шве диафрагмы от горизонтальной нагрузки (ветровой) равно:

$$T_в = Q\, S_п / J_п\,, \tag{IX.59}$$

где Q — поперечная сила на уровне рассчитываемого сечения; $S_п$ — приведенный с учетом арматуры статический момент участка площади сечения диафрагмы, с одной стороны, от рассматриваемого шва относительно центра тяжести сечения всей диафрагмы. Для шва между колонной и стенкой $S_п = F_к y_к$, где $y_к$ — расстояние от центра сечения колонны до центра тяжести сечения всей диафрагмы (см. рис. IX.30, *а*); $J_п$ — приведенный с учетом арматуры момент инерции столба диафрагмы с проемами или сплошной диафрагмы.

В случае разных модулей упругости колонны $E_к$ и стенки $E_с$ момент инерции вычисляют исходя из эквивалентной толщины стенки δ_1:

$$\delta_1 = \delta\, E_с / E_к\,. \tag{IX.60}$$

В каркасной диафрагме с жесткими связями и с замоноличенными швами ветровой момент M воспринимается всем сече-

нием, и, следовательно, дополнительное усилие в колонне от горизонтальной нагрузки составит:

$$N_{к}^{г} = \pm M F_{к} y / J_{п} \qquad (IX.61)$$

(обозначения те же, что в формуле (IX.59).

Дополнительное погонное усилие в стенке на расстоянии y_i от центра тяжести сечения всей диафрагмы равно:

$$N_{c}^{г} = \pm M \delta_1 y_i / J_{п} . \qquad (IX.62)$$

Диафрагмовые колонны рассчитывают на усилие $N_{к} \pm N_{к}^{г}$, а стенку диафрагмы — на погонное усилие $\frac{N_{c}\delta}{F_{c}} \pm N_{c}^{г}$. Для расчета стенки ее следует разделить на равные участки шириной около 1 м и каждый участок армировать соответственно действующему в нем усилию.

Если полное усилие в колонне и на ближайшем к ней участке стенки оказывается растягивающим, надо проверить, чтобы растягивающие напряжения в колонне (без учета стенки) не превосходили $R_{р}$ и чтобы полное усилие растяжения могло быть воспринято стыкуемой арматурой колонны. При несоблюдении любого из этих условий следует изменить расстановку или сечение диафрагм.

При конструировании каркасных диафрагм, рассчитанных по этим формулам, надо опирать на фундамент не только колонны, но и стенку диафрагмы.

Размещение вертикальных диафрагм в многоэтажных зданиях должно обеспечивать нужную жесткость здания в обоих направлениях, препятствовать кручению в плане и не создавать больших температурных усилий или неравных осевых деформаций ее вертикальных элементов.

Для этого число диафрагм должно быть не менее трех, их оси не должны пересекаться в одной точке плана и продольные диафрагмы не должны размещаться у торцов здания.

В каркасах с жесткими рамными узлами в крайних колоннах рамодиафрагм суммируются нормальные силы от вертикальных и горизонтальных нагрузок. Поэтому более предпочтительны рамодиафрагмы по схеме *«е»*, чем по схемам *«в»* и *«ж»* рис. I.2.

§ 6. ПАНЕЛИ СТЕН СО СКРЫТЫМ КАРКАСОМ

Конструктивная система многоэтажных зданий со скрытым каркасом сочетает преимущества панельной и каркасной систем [20]. Несущими конструкциями зданий со скрытым каркасом являются стеновые панели (рис. IX.29), усиленные бортовыми стальными элементами, которые соединяются с бетоном с помощью анкерных связей сдвига.

Собственно «скрытый каркас» образуется бортовыми эле-

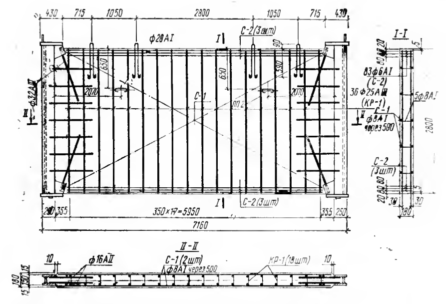


Рис. IX.29. Конструкция стеновой панели со скрытым каркасом (экспериментальный жилой район Чертаново-Северное, Москва)

ментами, которые увеличивают несущую способность стеновых панелей, позволяя довести этажность застройки до 30 и более этажей при широком шаге несущих стен. Здания такой высоты строились до сих пор по каркасной схеме и уступали крупнопанельным по трудоемкости и стоимости. Конструкции со скрытым каркасом обеспечивают экономию стали по сравнению с каркасными благодаря совместной работе стеновой панели и бортовых элементов. Скрытый каркас позволяет также упростить конструкцию нижних этажей, в которых свободное пространство (для магазинов и других целей) создается путем пропуска в нижние этажи несколько усиленных бортовых элементов без панелей.

Горизонтальные стыки стеновых панелей могут выполняться платформенными (см. рис. IX.2,*а*) или сборно-монолитными (см. рис. IX.2,*г*).

Стыки бортовых элементов оказалось невозможным осуществить способами, принятыми для стальных каркасов, так как бортовые элементы монтируются не отдельно, а в составе панели.

При изготовлении на заводе железобетонных изделий панелей со скрытым каркасом не может быть достигнута высокая точность, свойственная элементам стальных конструкций. Поэтому для соединения бортовых элементов был предложен и

исследован растворный стык [37], схематически показанный на рис. V.11,*б* (см. § 3 гл. V).

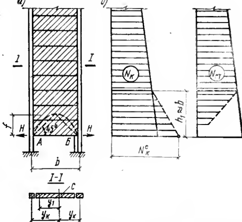


Рис. IX.30. Схема поперечиика из панелей со скрытым каркасом

а — столб панелей (*А* и *Б* — аарнаиты опирання на «ножкн»); *б* — интерполяционная поправка для учета опнрання по варианту А (сплошиой лииней показаны эпюры, полученные элементарным расчетом, не учнтыаающим влияния граннчных услоаий; пунктнром — нсправленные зиачення $N_к$ и $N_{ст}$ в зоие концеитрацнн напряженнй)

Анализ результатов расчета поперечника здания со скрытым каркасом точными методами [38] показал, что для практических расчетов вертикальная диафрагма из панелей скрытого каркаса может рассчитываться как каркасная диафрагма с жесткими связями сдвига по формулам, приведенным в § 5 настоящей главы, с той разницей, что не только $E_{ст}$, но и $E_к$ определяются с учетом податливости горизонтальных швов по (V.36) или (V.37), причем $E_{ст}$ приимается с учетом ползучести при длительно действующей нагрузке и сухом режиме эксплуатации ($c=3$).

Так как в конструкциях этого типа перекрытия опираются на стенку, то погонное сдвигающее усилие между стеикой и колонной T_{N2} определяется по формуле (IX.56).

Формулы (IX.54) и (IX.61) справедливы и для расчета нижних этажей здания при опирании стены по вариаиту «Б» (рис. IX.30,*а*). Особенности распределения усилия между колоннами и стенкой в иижней части здания при опирании по варианту «А» можно учесть приближенно с помощью линейной интерполяции (рис. IX.30,*б*).

При этом продольную силу в колонне N в уровне нижнего этажа вычисляют путем распределения вертикальных нагрузок и изгибающего момента только между колоннами. Этажную сдвигающую силу $T_{N2}h$ в данном случае можно вычислить как разность усилий $N_к$ в колоннах смежных этажей.

Опирание по варианту «Б» предпочтительно, так как при этом существенно уменьшается концентрация усилий в колоннах и в связях между колоннами и стенкой. При конструировании панелей нижнего висячего этажа надо учитывать зиачительные растягивающие напряжения в иижней зоне. При сборно-монолитных горизонтальных стыках столб панелей может рассматриваться как балка-стенка большой высоты, и потому горизонтальное усилие растяжения (распор) приближенно оп-

ределяется нсходя из арочной аналогии (см. рнс. IX.30,a):

$$H \approx N_{\text{ст max}} b/8f \approx 0,25 N_{\text{ст max}}, \qquad \text{(IX.63)}$$

что дает небольшой запас сравнительио с точным решением [68].

§ 7. ЯДРА-СТВОЛЫ

Сборные ядра монтнруют из колонн и панелей стенок как н каркасные днафрагмы (см. § 5 настоящей главы), ие исключена возможность компоновкн ядер нз панелей со скрытым каркасом (§ 6 настоящей главы), однако нанболее распространены монолитные ядра-стволы, возводимые в скользящей илн переставной опалубке.

Ядро высотного здания в общем случае подвергается нзгибу в двух плоскостях, сжатию и кручению. В результате этого в нем возннкают нормальные σ, касательные τ н главные $\sigma_г$ напряжения. Так как ядро имеет проемы, то в ием можно выделнть два характерных горнзонтальных сечення: по сплошному участку высотой h_1 н по участку с проемамн h_2 (см. рнс. IV.7). Очевидно, иормальные напряжения во втором участке будут больше. Для пронзвольного столба i, заключенного между двумя сосединмн проемами, онн определяются по нзвестным формулам внецеитрениого сжатня от действия $N_i^{в}$, $N_i^{г}$ и M_i, где $N_i^{в}$ — нормальная снла в столбе i от вертнкальиой нагрузкн на все ядро, перенесенной в центр тяжестн его сечення нетто; $N_i^{г}$ и M_i — нормальная снла н момент в столбе i от нзгиба и кручения, известные нз расчета по формулам гл. IV. Прн расчете иесущей системы по приблнжеиным формулам, приведенным в § 2 гл. IV, уснлня от изгнба и кручения получаются комплексно на ядро в целом в виде $M_{кр}$, $M_{изг}$ и Q. В таком случае нормальные напряження в точке j столба i равны:

$$\sigma_j = \frac{N^{в}}{F_{ян}} \pm \frac{M_{н\,z}\, z_i}{J_y} \pm \frac{M_{н\,y}\, y_i}{J_z} \pm \frac{M_{i\,z}\, \bar{z}_j}{J_{i\,y}} \pm \frac{M_{i\,y}\, \bar{y}_j}{J_{i\,z}}, \qquad \text{(IX.64)}$$

где $N^{в}$ — вертикальная иагрузка иа все ядро в рассматриваемом уровне (горизонтальном сеченнн); $F_{ян}$ — приведеииая с учетом арматуры площадь сечеиня ядра нетто; $M_{нz}$, $M_{\overline{ну}}$ — нзгибающие момеиты от ветра и эксцентричного прнложення $N^{в}$ иа все ядро в плоскостях xz и xy; y_i, z_i — коордниаты цеитра тяжести сечения столба i в системе коордииат с началом в центре тяжести сечеиня ядра нетто; $\bar{y}_j$ и $\bar{z}_j$ — коордииаты точки j (в горизоитальном сеченни столба i) в системе координат с иачалом в центре тяжести столба i; J_y, J_z — приведенные момеиты иерции сечения ядра иетто отиосительно центральных осей всего ядра; J_{iy}, J_{iz} — то же, столба i отиосительио центральных осей этого столба; M_{iz}, M_{iy} — изгибающие момеиты в столбе i от смещення ядра и от его кручения, по каждой из осей равные:

$$M_i = \frac{D_i\, h_2}{2} \left[\frac{Q}{\Sigma D_i} \pm \frac{2P\,(a+b)}{\Sigma D_{i\,р}} \right]^{*}, \qquad \text{(IX.65)}$$

---

* Зиак «плюс», как и в формуле (IX.67), соответствует совпаденню иаправленнй сдвнгающих усилий иа даииой стороие ядра от изгиба и от кручення.

где $D_i = J_i/\gamma_i$ [причем γ_i вычисляется по формуле (V.13), в которой l заменяется на высоту проема h_2, а d — ширина столба]; J_i — берется относительно оси, перпендикулярной плоскости изгибного смещения ядра; Q — полная поперечная сила в ядре от изгиба и изгибного кручения, известная из расчета несущей системы по гл. IV; a, b — размеры сторон ядра в плане (в осях); $D_{ip} = J_{ip}/\gamma_i$ (причем J_{ip} — момент инерции столба i относительно оси, перпендикулярной направлению смещения при кручении ядра, для угловых столбов $J_{ip} = J_{ix} + J_{iy}$):

$$P = M_{\text{кр}}/2\,a\,b. \qquad \text{(IX.66)}$$

Здесь $M_{\text{кр}}$ (момент чистого кручения ядра) известен из расчета всей несущей системы (см. гл. IV).

Последняя формула следует из формулы Бредта $\tau = M_{\text{кр}}/2ab\delta$, если предположить, что поток сдвигающих напряжений τ, созданных кручением, равномерно распределен по толщине стенок ядра. В (IX.65) предполагается, что сдвигающее усилие $2P\,(a+b)$ одинаково в соседних сечениях: сплошном и ослабленном проемами.

Наибольшие нормальные напряжения сжатия, найденные по (IX.64), не должны превышать $R_{\text{пр}}$; этим определяется количество вертикальной арматуры в рассчитываемом сечении ядра, поскольку в формулу (IX.64) входят приведенные характеристики этого сечения.

Наибольшие нормальные напряжения растяжения по формуле (IX.64) не должны быть больше $R_{\text{р}}$, так как трещины в ядре не могут быть допущены из-за опасности их прогрессивного развития под влиянием знакопеременной ветровой нагрузки.

Вертикальная арматура, рассчитанная для проемных зон ядра, пропускается через сплошные беспроемные зоны. Если по расчету вертикальной арматуры не требуется, ее надо поставить из условия минимального армирования в количестве по 0,05% от $F_{\text{б}}$ около каждой грани, но не менее чем по одному стержню $\varnothing$ 12 через 50 см. Продольные стержни должны быть поставлены во всех углах горизонтального сечения каждого столба. Примерная схема вертикального армирования показана на рис. IX.31,*а*.

Касательные напряжения на сплошных участках ядра равны:

$$\tau = \left(\frac{Q\,S}{J} \pm \frac{M_{\text{кр}}}{a\,b}\right)\frac{1^*}{2\,\delta}\,, \qquad \text{(IX.67)}$$

а на проемных участках, т. е. в столбе i,

$$\tau_i = 2\,M_i\,S_i\,/h_2\,J_i\,\delta. \qquad \text{(IX.68)}$$

В формулах (IX.67) и (IX.68) Q и $M_{\text{кр}}$ известны из расчета несущей системы здания; S и S_i — статические моменты приведенного сечения соответственно отсеченной части плана ядра и

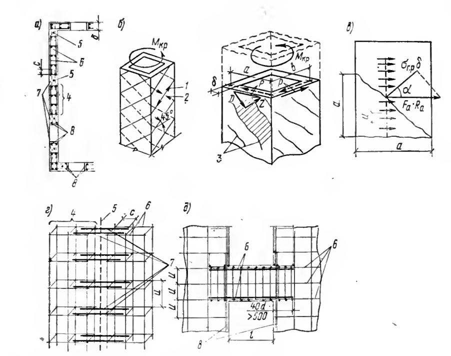


Рис. IX.31. Армирование монолитных ядер-стволов

а — армирование части ядра; *б* — схема закручивания ядра; *в* — к выводу формулы (IX.72); *г* — соединение пространственных каркасов отдельными стержнями; *д* — армирование перемычки; *1* — траектория растягивающих напряжений; *2* — то же, сжимающих; *3* — трещины; *4* — пространственный каркас; *5* — домкратный стержень; *6* — горизонтальные хомуты по расчету на кручение; *7* — отдельные стержни; *8* — стержни, окаймляющие проем

столба i, взятые: первый — относительно центра тяжести сечения сплошной части ядра, а второй — относительно центра тяжести сечения столба i; a, b и δ — размеры сторон и толщина стенок ядра; J и J_i имеют те же значения, что и в (IX.64), и могут быть взяты относительно осей y или z; M_i определяется по формуле (IX.65).

При кручении ядра в его стенках возникают винтообразные потоки главных напряжений сжатия и растяжения (рис. IX.31,*в*). Исходя из (IX.66) получим:

$$Z = D = P/\sqrt{2}. \quad \text{(IX.69)}$$

Сжимающее усилие D воспринимается бетоном, растягивающее усилие Z до образования трещин — бетоном и арматурой, а после их образования — только арматурой. Так как в ядрах-стволах образование трещин при нормативных нагрузках недопустимо, следует считать, что под действием кручения, изгиба и сжатия ядра главные растягивающие напряжения в приведен-

ном сеченни не должны превышать R_p, т.е., согласно СНиП II-21-75 п. 4.11,

$$\sigma_{г.р} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} < R_p \, , \qquad (IX.70)$$

где для проемных участков σ вычисляется по (IX.64); τ — по (IX.68); для сплошных зон ядра: σ — по (IX.64) без двух последних членов и с подстановкой F и J брутто, а τ — по (IX.67); в формулу (IX.70) растягивающие напряжения подставляются со знаком «плюс», а сжимающие — со знаком «минус».

Следует также проверить, чтобы главные сжимающие напряжения не превосходили $R_{пр}$. При проверке главных напряжений величины σ и τ должны соответствовать одинаковым схемам загружения и точкам определения этих напряжений.

При расчетных нагрузках (причем для вертикальных нагрузок может быть принят коэффициент перегрузки меньше единицы) условие (IX.70) может оказаться неудовлетворенным. В таком случае ядро должно быть дополнительно армировано против раскрытия наклонных трещин. Эту арматуру было бы выгодно направлять вдоль траекторий главных растягивающих напряжений (см. рис. IX.31,*б*), но это технологически сложно. Удобнее располагать ее в виде горизонтальных замкнутых хомутов у наружных и внутренних поверхностей стенок ядра. Определим площадь сечения этих хомутов. Трещины от кручения направлены под углом 45° к горизонтальному сечению (см. рис. IX.31,*б*), но при совместном действии сжатия с кручением этот угол изменится. Назовем его α, тогда суммарное усилие в горизонтальных хомутах на участке высотой a будет равно:

$$F_a \, R_a = \sigma_{гр} \, \delta \, a / \cos \alpha . \qquad (IX.71)$$

При шаге хомутов по высоте ядра u площадь сечения двух ветвей хомутов составит:

$$f_a = \sigma_{гр} \, \delta \, u / R_a \cos \alpha , \qquad (IX.72)$$

где $\sigma_{гр}$ вычисляется по (IX.70); $u \leqslant 500$ мм.

На участках, где $\sigma = 0$ или имеет место растяжение, сдвигающее усилие P следует полностью передавать на горизонтальную арматуру, при этом $\sigma_{гр} = \tau$, $\cos \alpha = 1$, поэтому, согласно (IX.72),

$$f_a = \tau \, \delta \, u / R_a \, . \qquad (IX.73)$$

При $\alpha_{max} = 45°$ из (IX.72) получим:

$$f_a = \sigma_{гр} \, \delta \, u \sqrt{2} / R_a \, . \qquad (IX.74)$$

В отдельных столбах, как и в сплошной части ядра, хомуты должны быть замкнуты. Если постановка непрерывных горизонтальных хомутов затруднена (например, при возведении ядра в скользящей опалубке), они могут быть заменены отдельными стержнями, которые приваривают или подвязывают к пространственным каркасам (рис. IX.31,*г*). Эти стержни уста-

навливают после прохода домкратной рамки. Они должны быть равнопрочны хомутам, а длина перепуска C должна удовлетворять требованиям СНиП для растянутых соединений.

Перемычки над проемами должны быть армированы исходя из суммарной перерезывающей силы, возникающей от изгиба ядра и от его кручения. Эта сила будет известна при точном расчете по указаниям § 1 гл. IV. Если расчет выполнен по приближенным формулам § 2 гл. IV, то усилие в перемычках можно приближенно найти, полагая, что полное сдвигающее усилие распределяется между перемычками поровну:

$$Q_{\text{п}\,t} = h(Q_t / \Sigma b_t + M_{\text{кр}}/2\,a\,b), \qquad \text{(IX.75)}$$

где Q_t — поперечная сила при изгибе ядра в направлении $t (t=y$ или $t=z)$; Σb_t — расстояние между центрами крайних столбов на обеих сторонах ядра, параллельных оси y (если $t=y$) или z (если $t=z$).

Момент в заделке перемычки равен:

$$M_{\text{п}\,i} = Q_{\text{п}\,i}\, l_i\, /2 + q\, l_i^2/12, \qquad \text{(IX.76)}$$

где l_i — пролет i-той перемычки; q — вертикальная погонная нагрузка от перекрытия.

По моменту и поперечной силе $Q = Q_{\text{п}\,i} + 0{,}5\,q l_i$ рассчитывают продольную и поперечную арматуру перемычки. Продольную арматуру целесообразно проектировать симметричной, поперечную—в виде вертикальных замкнутых хомутов. Если по расчету поперечная арматуры не требуется, ее надо поставить конструктивно по указаниям СНиП II-21-75.

Продольная арматура перемычек заводится в столбы на длину не менее $40d$ и не менее 500 мм. Эту арматуру удобно совместить с горизонтальной арматурой на кручение, рассчитываемой по формуле (IX.72). В таком случае площадь арматуры по верхней и нижней граням перемычек равна сумме площадей, найденных по формуле (IX.72) и по моменту (IX.76). Соответствующая часть продольной арматуры перемычки переходит в горизонтальные замкнутые хомуты беспроемной зоны ядра. Схема армирования перемычки показана на рис. IX.31,*д*.

ГЛАВА X. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

Пример 1. *Определение ветровой нагрузки на вертикальную диафрагму 14-этажного здания высотой 39,45 м для Москвы (1-й район по скоростному напору ветра).* Диафрагмы расположены симметрично через 6 м. Так как высота здания $H < 40$ м, то, согласно СНиП II-6-74, определяем значение только статической составляющей нормативного скоростного напора ветра. На 1 м² фасада здания, согласно формуле (II.4), без второго члена в скобках с учетом аэродинамического коэффициента, равного в данном случае $c = 0{,}8+0{,}6=1{,}4$, получим:

на уровне земли и на высоте до 10 м

$q_{\text{н}0} = q_{\text{н}1} = 270 \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}65 = 246$ Па;

на уровне 20 м от земли

$q_{\text{н}2} = 270 \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}9 = 340$ Па;

на уровне верха здания ($\approx$ 40 м)
$q_{н3}=270\cdot1{,}4\cdot1{,}2=454$ Па.

Эпюра нагрузки схематично показана на рис. 11.3. Приведем эту эпюру к эквивалентной трапециевидной по формулам (11.5) и (11.6). Для этого сначала определим площадь и положение центра тяжести заданной эпюры:

$$F=246\cdot10+\frac{246+340}{2}\,10+\frac{340+454}{2}\,19{,}45=13\,110\ \text{Н/м};$$

$$S=246\cdot20\cdot10+\frac{340-246}{2}\,10\left(10+\frac{10\cdot2}{3}\right)+340\cdot19{,}45\left(20+\frac{19{,}45}{2}\right)+$$

$$+\frac{454-340}{2}\,19{,}45\left(20+\frac{19{,}45\cdot2}{3}\right)=289\,630\ \text{Н};$$

$$C=S/F=\frac{289\,630}{13\,110}=22{,}1\ \text{м}.$$

По формулам (11.5) и (11.6):

$$a=\frac{2\cdot39{,}45-3\cdot22{,}1}{3\cdot22{,}1-39{,}45}=0{,}47;$$

$$q_{н}=\frac{2\cdot13\,110}{(1+0{,}47)\ 39{,}45}=453\ \text{Па};$$

$$a\,q_{н}=0{,}47\cdot453=213\ \text{Па}.$$

На рис. 11.3 эквивалентная трапециевидная эпюра ветровой нормативной нагрузки показана пунктиром.

На каждую диафрагму приходится нормативная нагрузка интенсивностью вверху и внизу

$q_{н}=453\cdot6=2720$ Н/м; $aq_{н}=213\cdot6=1280$ Н/м.

Расчетные значения нагрузок получим, умножая нормативные нагрузки на коэффициент перегрузки $n=1{,}2$.

Пример 2. *Определение полной нагрузки от ветра с учетом динамической составляющей при $L/H=2$ для данных предыдущего примера при $H\approx$ ≈40 м*

Согласно формуле (11.7), $T_1=0{,}021\cdot39{,}45=0{,}83$ с.

По формуле (11.4а) $\varepsilon=\dfrac{0{,}83\ \sqrt{1{,}2\cdot270}}{300}\approx0{,}05$ и по графику в СНиП II-6-74 $\xi=1{,}5$, что не противоречит формуле (II.8).

По формуле (11.4) определим, используя данные табл. на с. 23 и СНиП II-6-74,

$q_{н0}=270\cdot1{,}4\ (0{,}65+0{,}49\cdot0)=245$ Па;
$q_{н1}=378\ (0{,}65+0{,}49\cdot0{,}59)=355$ Па;
$q_{н2}=378\ (0{,}9+0{,}49\cdot0{,}9)=506$ Па;
$q_{н3}=378\ (1{,}2+0{,}49\cdot1{,}36)=707$ Па;
где $k=\nu\xi m=1{,}2\cdot0{,}42\cdot1{,}5\cdot0{,}65=0{,}49$.

Умножая эти значения на L и на коэффициент перегрузки $n=1{,}2$, а затем приводя, как это показано в примере 1, по формуле (11.5) и (11.6) к эквивалентной трапециевидной эпюре, получим расчетную эпюру ветрового напора на весь фасад.

Пример 3. *Определение ускорения колебаний вершины здания по данным прим. 1 и 2.* Полагая приближенно $m_i=0{,}75$ и, согласно данным прим. 1, $\bar{a}=0{,}47$ и $\bar{q}_{н}\approx453\cdot0{,}75$ Па, принимая, что масса здания на 1 м² фасада при ширине здания 12 м равна $M_i/h=0{,}6\cdot12=7{,}2$ т/м², найдем по формуле (11.11)

$$w_1=\frac{1{,}5\cdot453\cdot0{,}75}{7200}\left(1+\frac{0{,}47}{2}\right)=0{,}087\ \text{м/с}^2<0{,}1\ \text{м/с}^2.$$

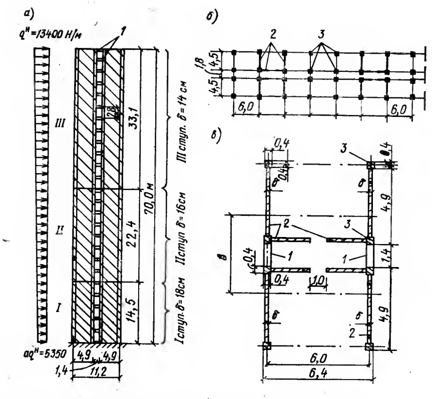


Рис. X.1. Схема 25-этажиого здания

а — боковой вид вертикальных диафрагм; *б* — план здания; *в* — сечение одной пары диафрагменных столбов; *1* — перемычки; *2* — стенки; *3* — колонны каркаса

Пример 4. *Определение прогибов 25-этажного здания от нормативной ветровой нагрузки (схема здания и нагрузки показаны на рис. X.I).* Ввиду большого различия усилий по высоте здания сечения стенок диафрагм и марка бетона уменьшаются снизу вверх.

Геометрические характеристики сечения диафрагмы следующие:

для 1 ступени при $\delta=0{,}18$ м для одиого диафрагмениого столба $J_1=8{,}32$ м^4, $F_1=2{,}94$ м^2, момент инерции перемычек (двух) $J_{п1}=0{,}00304$ м^4, момент инерции всего сечения диафрагмы $J_1^0=53{,}976$ м^4, $b=5{,}04$ м;

для II ступени при $\delta=0{,}16$ м $J_2=8$ м^4, $F_2=2{,}688$ м^2, $J_{п2}=0{,}00304$ м^4, $J_2^0=50{,}12$ м^4, $b=5{,}08$ м;

для III ступени при $\delta=0{,}14$ $J_3=7{,}72$ м^4, $F_3=2{,}432$ м^2, $J_{п3}=0{,}00213$ м^4, $J_3^0=46{,}276$ м^4, $b=5{,}12$ м.

$E_б$ для элементов 1 и 11 ступеней $3{,}15\cdot10^{10}$, а для III ступени — $2{,}65\times10^{10}$

По формуле (III.41), подставляя в нее s по (V.3) и k по (III.42), при $\beta=1$ определим для всех трех ступеней характеристики λ:

$$\lambda_1=\sqrt{\frac{24\cdot0{,}00304\cdot53{,}976}{2{,}8\cdot1{,}4^3\cdot2{,}94\cdot2\cdot8{,}32}}=0{,}1044\ 1/м.$$

Аналогично $\lambda_2=0{,}105$ 1/м; $\lambda_3=0{,}0906$ 1/м.

Как и ожидалось, λ оказались почти одинаковыми (примем $\lambda=0,1$), поэтому можно для определения прогибов использовать формулы, приведенные в § 1 гл. VI. Предварительно по табл. III.1 (§ 3 гл. III) для $\lambda H=0,1\cdot 70=7$ и $a=\dfrac{5350}{13\,400}=0,4$ находим $c_a=0,8835$. Согласно (II.14), в заделке диафрагмы

$$M^{г}=\frac{13\,400\;70^2}{2}\left(1+\frac{0,4-1}{3}\right)=26,3\ \text{МН·м};$$

на границе между I и II ступенями

$$M^{г}=\frac{13\,400\cdot 55,5^2}{2}\left(1+\frac{0,4-1}{3\cdot 70}\;55,5\right)=17,35\ \text{МН·м};$$

полная поперечная сила в заделке, согласно (II.13), составляет:

$$Q^{г}=13\,400\cdot 70\left(1+\frac{0,4-1}{2}\right)=0,656\ \text{МН}.$$

По формуле (III.79), подставляя в нее k по (III.42) и сокращая на E, определим нормальную силу в столбах в заделке:

$$N_{\max}=0,8835\;\frac{0,656}{0,135\cdot 53,976}\;\frac{70}{2}=2,78\ \text{МН}.$$

Найдем моменты по формуле (III.66) для $M^{г}=26,3$ МН·м;

в заделке столбов $M=\dfrac{26,3-2,78\cdot 5,04}{2\cdot 8,32}\;8,32=6,15$ МН·м,

а по формуле (III.82) — в столбах на границе между I и II ступенями $M_1=17,35\cdot 8,32/53,976=2,68$ МН·м.

Теперь определим прогиб по § 1 гл. VI.

По формуле (VI.7) находим:

$$a_1=1+\frac{0,4-1}{70}\;55,5=0,524;\quad \text{аналогично}\quad a_2=0,716.$$

По формуле (VI.8) определяем:

$$f_0=\frac{6,15\cdot 10^6\;(2\cdot 70^2-70\cdot 55,5-55,5^2)+2,68\cdot 10^6\;(70^2+70\cdot 55,5-2\cdot 55,5^2)}{6\cdot 3,15\cdot 10^{10}\cdot 8,32\cdot 0,85}+$$

$$+\frac{(4\cdot 0,524+11)\;13\,400\cdot 55,5^4}{120\cdot 3,15\cdot 10^{10}\cdot 0,85\cdot 53,976}=0,01835+0,00964=0,028\ \text{м}.$$

По формуле (VI.9)

$$f_{01}=\frac{(4\cdot 0,524+11)\;13\,400\cdot 55,5^4}{120\cdot 3,15\cdot 10^{10}\cdot 0,85\cdot 50,12}=0,01\ \text{м};$$

$$f_{02}=\frac{(4\cdot 0,716+11)\;13\,400\cdot 33,1^4}{120\cdot 2,65\cdot 10^{10}\cdot 0,85\cdot 46,276}=0,00139\ \text{м}.$$

Полный прогиб верха диафрагмы (т. е. здания) найдем по (VI.6) с учетом $K_1=\dfrac{8,32}{8}=1,04$ и $K_2=\dfrac{8,32\cdot 3,15}{7,72\cdot 2,65}=1,3$:

$$f=0,028+0,01\left(1-\frac{1}{1,04}\right)+0,00139\left(1-\frac{1,04}{1,3}\right)=$$

$$=2,87\cdot 10^{-2}\ \text{м}<\frac{H}{1000}=7\cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Прогиб для того же здания при шарнирных связях между столбами определим по формуле (II.15)

$$f^{\text{г}} = \frac{(4\cdot 0,4 + 11)\ 13\,400\cdot 0,5\cdot 70^4}{120\cdot 3,15\cdot 10^{10}\cdot 8,32\cdot 0,85} = 7,58\cdot 10^{-2}\ \text{м} > \frac{H}{1000} = 7\cdot 10^{-2}\ \text{м},$$

т. е. при этом грубо приближеном расчете результат завышен более чем вдвое.

Если считать перемычки абсолютно жесткими, т. е. исходить из $J^0 = 53,976$ м^4, то прогиб верха по (II.15) составит:

$$f^{\text{г}} = \frac{(4\cdot 0,4 + 11)\ 13\,400\cdot 70^4}{120\cdot 3,15\cdot 10^{10}\cdot 53,976\cdot 0,85} = 2,33\cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

В этом случае прогиб преуменьшен примерно на 20%.

Пример 5. *Определение усилий в элементах вертикальной диафрагмы, изображенной на рис. X.1* (прим. 4), но от расчетной горизонтальной нагрузки $q=26\,200$ Н/м при $a=0,252$. Изгибающий момент и поперечная сила в заделке диафрагмы $M^{\text{г}}=48,2\cdot 10^6$ Н·м, $Q^{\text{г}}=1,15\cdot 10^6$ Н; так как $\lambda H=7\gg 3$, воспользуемся упрощенной формулой (III.74)

$$\max N = \frac{1}{0,135\cdot 53,976}\times$$

$$\times\left[48,2 - \frac{0,0262}{0,01}\left(\frac{0,252+1}{2}\ 0,1\cdot 70 + \frac{0,252-1}{7} - 0,252\right)\right] = 5,51\ \text{МН}.$$

По формуле (III.66) $\max M = \dfrac{48,2 - 5,51\cdot 5,04}{2} = 10,25$ МН·м.

В сечении $I—I$ $M^{\text{г}}=32,4$ МН·м, по формуле (III.82)

$$M_1 = \frac{32,4\cdot 8,32}{53,976} = 5\ \text{МН}\cdot\text{м}$$

и, согласно (III.66), $N_I = \dfrac{32,4 - 2\cdot 5}{5,04} = 4,45$ МН.

В сечении $II—II$ $M^{\text{г}}=12,7$ МН·м, по формуле (III.82)

$$M_{11} = \frac{12,7\cdot 8}{50,12} = 2,03\ \text{МН}\cdot\text{м}$$

и по (III.66) $N_{11} = \dfrac{12,7 - 2\cdot 2,03}{5,08} = 1,7$ МН.

Максимальную перерезывающую силу в перемычках (двух) определим для сечения $X=0,7$ $H=49$ м, найденного по графику (см. рис. III.16).

Предварительно найдем по формуле (III.42)

$$E\,k = \frac{2}{2,69\cdot 5,08} = 0,146\ \frac{E}{\text{м}^3},$$

и, согласно (II.13), для сечения $X=49$ м

$$Q^{\text{г}} = 0,0262\cdot 49\left(1 + \frac{0,252-1}{2\cdot 70}\ 49\right) = 0,949\ \text{МН}.$$

По формуле (III.78) для этого сечения

$$\max \overline{Q}_{\text{п}} = \frac{2,8}{0,135\cdot 53,976}\left[0,949 - \frac{0,0262\cdot 70\cdot 1,252}{2\,e^{0,1\ (70-49)}}\right] = 0,311\ \text{МН}.$$

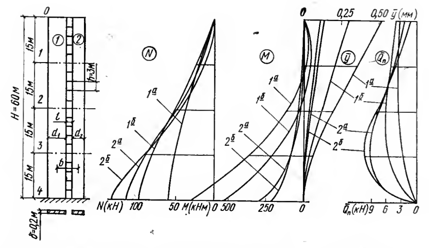


Рис. X.2. Схема диафрагм (размеры см. в табл. X.1) и эпюры усилий и прогибов

В сечении *II—II* найдем $\bar{Q}_п$ по формуле (III.83) для $Q^г = 0{,}715$ МН

$$\bar{Q}_п = \frac{0{,}715 \cdot 2{,}8}{0{,}146 \cdot 50{,}12} = 0{,}274 \text{ МН}.$$

Пример 6. *Определение $N(x)$, $M_i(x)$ и $Q_п(x)$ и прогибов y для односвязных диафрагм с четырьмя вариантами размеров* согласно рис. X.2 и табл. X.1, в которой даны также жесткостные параметры столбов, перемычек и диафрагм в целом.

Таблица X.1

Вариант	d_1, м	d_2, м	l, м	b, м	$k \cdot 10^9$ (III.42), 1/кН·м	$s \cdot 10^8$ (V.11), м/кН	$B_1/10^7$, кН·м²	$sJ/10^7$, кН·м²	$\bar{B}J/10^7$ (III.9), кН·м²	$B°J/10^7$ (III.43), кН·м²	λ (III.41), 1/м	λH
1а	6	4	2	7	9,46	7,46	11,34	14,71	74	88,71	0,0276	1,656
1б	6	4	2	7	9,46	1,77	11,34	14,71	74	88,71	0,0567	3,402
2а	6,5	5,6	1,4	7,45	7,07	27,4	14,42	24,4	105,5	129,9	0,117	7,2
2б	6,5	5,6	1,4	7,45	7,07	5,11	14,42	24,4	105,5	129,9	0,2715	16,29

Предварительно определим усилия от внешней горизонтальной нагрузки $q = 1$ кН/м, $a = 0{,}3$. По формулам (II.14), (II.13) и (II.12) найдем для сечений *0—4* (см. рис. X.2) $M^г(x)$, $Q^г(x)$ и $q(x)$. Результаты сведены в табл. X.2, там же приведены значения $\lambda\, x$ для варианта 1а.

По формуле (III.64) для варианта 1а с учетом табличных значений $\operatorname{sh}\lambda H$ и $\operatorname{ch}\lambda H$

$$A = \left(-\frac{0{,}7}{1\ 656} + \frac{1{,}3}{2}\ 1{,}656 - 2{,}5238\right)\frac{1}{2{,}7146} = -0{,}6889.$$

По формуле (III.63) при $x=0$ получим $N(0)=0$. Для сечения I

$$N_{\text{I}}=\frac{10^{9}\cdot 10^{-7}}{9,46\cdot 88,71}\left[105,94+\frac{-1\ (-0,6889\ \text{sh}\ 0,414+\text{ch}\ 0,414)+0,825}{0,0276^{2}}\right],$$

подставляя табличные значения sh 0,414=0,426 и ch 0,414=1,0869, получим $N_{\text{I}}=17{,}636$ кН. Аналогично вычисляем значения N для других сечений (см. табл. X.2).

Таблица X.2

Сечение	$q(x)$, кН/м	Q^{Γ}, кН	M^{Γ}, кН·м	x	Для варианта 1а				
					λx	$N(x)$, кН	$M_1(x)$, кН·м	$\overline{Q}_{\text{п}}(x)$, кН	$\overline{y}(x)\times 10^4$ м
0	−1	0	0	0	0	0	0	3,461	51,523
I	−0,825	13,69	105,94	15	0,414	17,636	13,498	3,613	35,559
2	−0,65	24,75	397,5	30	0,828	35,774	113,387	3,555	19,581
3	−0,475	33,19	835,31	45	1,242	51,635	365,303	2,582	6,048
4	−0,3	39	1380	60	1,656	58,921	745,884	0	0

Момент в сечении I ($x=15$ м) определим для столба I (см. рис. X.2) по формуле (III.66):

$$M_{\text{I}}=\frac{11,34}{14,71}\ (105,94-17,636\cdot 7)=13,498\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

Так же определяем M_{I} и для других сечений столба I (см. табл. X.2).

Для определения $\overline{Q}_{\text{п}}(x)$ воспользуемся формулой (III.67). В сечении 3: $\text{sh}\ \lambda x=\text{sh}\ 1{,}242=1{,}5869$; $\text{ch}\ 1{,}242=1{,}8757$:

$$\overline{Q}_{\text{п}}=\frac{3\cdot 10^{9}\cdot 10^{-7}}{9,46\cdot 88,71}\left[33,19-\frac{1}{0,0276}\left(-0,6889\cdot 1,8757+1,5869-\frac{-0,7}{1,656}\right)\right]=$$
$$=2,582\ \text{кН}.$$

Аналогично определены $\overline{Q}_{\text{п}}$ для остальных сечений (см. табл. X.2), причем для сечения $x=0$ из (III.67) имеем: $\overline{Q}_{\text{п}}\neq 0$.

Прогиб для варианта 1а вычислим по формуле (III.69), предварительно определив по (III.70)

$$\overline{y}^{0}=-\frac{-1\cdot 60^{4}}{120\cdot 88,71\cdot 10^{7}}\left[4\cdot 0,3+11-0,3\left(\frac{x}{H}\right)^{5}+5\left(\frac{x}{H}\right)^{4}-5\cdot 3,3\ \frac{x}{H}\right].$$

Подставляя сюда $x/H=1/4$; $1/2$; $3/4$ и 1, получим значения $\overline{y}^{0}$ для всех рассматриваемых сечений. Например, для сечения I будем иметь: $\overline{y}^{0}=9{,}854\cdot 10^{-4}$ м. Для этого сечения

$$\overline{y}=9,854\cdot 10^{-4}+\frac{74\cdot 10^{-7}}{0,0276^{2}\cdot 88,71\cdot 14,71}\left\{\frac{-1}{0,0276^{2}}\ \cdots\right.$$
$$\dots\ [2,7146-1,0869-0,6889\ (2,5238-0,4260)+0,7\ (1-0,25)]+$$
$$\left.+1380-105,94\right\}=35,559\cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

Аналогично определяем прогибы в других сечениях (см. табл. X.2). Для сравнения найдем прогиб в сечении I по более простой формуле (III.72), которой следует пользоваться, если известно $N(x)$:

$$\overline{y}=9,854\cdot 10^{-4}+\frac{(58,921-17,636)\ 7}{0,0276^{2}\cdot 14,71\cdot 10^{7}}=35,689\cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

Расхождение в пределах обычной точности вычислений.

Совершенно так же вычислены значения усилий и прогибов для вариантов 1б, 2а и 2б, представленные на эпюрах рис. X.2.

Отметим, что параметр A (III.64) следует вычислять с большой точностью в особенности при больших значениях λH. Так, например, при вычислении A для варианта 2б, для которого $\lambda H=16.29$, может показаться, что A можно приравнять минус единице, поскольку $\mathrm{sh}\lambda H=\mathrm{ch}\lambda H=5\ 940\ 686$, что на много порядков превосходит первые два члена в скобке формулы (III.64). Однако такое допущение приводит к величине $N(H)=150{,}587$ вместо точного значения 135,022 кН, т. е. к ошибке более чем на 11%. Во избежание этого при вычислении A на логарифмической линейке лучше все члены в скобке делить на $\mathrm{ch}\,\lambda H$. Тогда при больших величинах $\mathrm{sh}\lambda H=\mathrm{ch}\lambda H$ получим, например, в варианте 2б

$$A=\frac{10{,}5885-0{,}04297}{5\,940\,686}-1=-0{,}99999823,$$

что после умножения на $\mathrm{sh}\,\lambda H$ в формуле (III.63) приводит к точным значениям, показанным на эпюрах

Сравним полученные результаты для варианта 2а с теми, которые следуют из приближенных формул, использованных в прим. 5. Для сечения в заделке по (III.74)

$$\max N=\frac{1\cdot 10^{8}\cdot 10^{-7}}{7{,}07\cdot 129{,}9}\left[1380-\frac{1}{0{,}117^{2}}\left(\frac{1{,}3}{2}\,7{,}02-\frac{0{,}7}{7{,}02}-0{,}3\right)\right]=116\ \text{кН},$$

что отличается от точного значения 117,405 кН менее чем на 1%.

В сечении 2 (см. рис. X.2) по формуле (III.82)

$$N=\frac{397{,}5\cdot 105{,}5}{7{,}45\cdot 129{,}9}=43{,}3\ \text{кН}$$

против точного значения 47,842 кН. Ошибка составляет около 10%, что не имеет существенного значения, так как прочность столба определяется нижним сечением, где усилия намного больше.

Пример 7. *Определение распределения поперечной силы и нагрузки между столбами в вертикальных диафрагмах (см. прим. 6).* По формуле (III.68), например для варианта 1б, поперечная сила в первом столбе в сечении 3 по данным таблиц X.1 и X.2 и эпюрам усилий на рис. X.2

$$Q_1=\frac{33{,}19\cdot 11\cdot 34}{14{,}71}+\frac{5{,}553}{3}\left(4-\frac{7\cdot 11{,}34}{14{,}71}\right)=23{,}002\ \text{кН}.$$

Соответственно на второй столб в этом сечении передается $Q_2=Q^{\text{г}}-Q_1=33{,}19-23{,}002=10{,}188$ кН.

Было бы ошибкой применить в данном случае известную формулу $Q=M'$. Если сделать так, получим для того же сечения дифференцируя (III.65) $Q_1=15{,}663$, т. е. занизим поперечную силу почти вдвое. Формула $Q=M'$ справедлива для глухих диафрагм, на которые распределенные моменты не передаются, и для диафрагм в целом (§ 4 гл. IV, рис. IV.13).

Нагрузка, передающаяся на первый столб, равна: $q_1(x)=Q'(x)$, где Q_1 по (III.68). Таким путем найдем для сечения 3:
$q_1=-0{,}444$ кН/м; $q_2=q-q_1=-0{,}475-(-0{,}444)=-0{,}031$ кН/м.

Так же определены Q_i и q_i для других сечений и вариантов, показанные на эпюрах на рис. X.3. На этом же рисунке пунктиром нанесена для сравнения одна эпюра, соответствующая неприемлемой в данном случае формуле $Q=M'$.

Отметим, что вверху диафрагм возникают сосредоточенные взаимно уравновешенные силы (VIII.116 [23]). Эти силы больше в вариантах 1, чем в вариантах 2, так как в первых отчетливее выражена несимметричность. Из эпюр Q_i видно, что второй член в формуле (III.68) мало влияет на распределение $Q^{\text{г}}$ между столбами. При всех значениях λH распределение $Q^{\text{г}}$ почти пропорционально изгибным жесткостям и может быть приближенно оценено первым членом формулы (III.68).

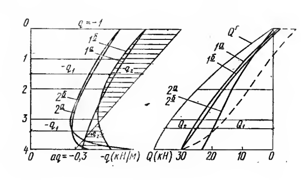


Рис. X.3. Эпюры распределения нагрузки между столбами и поперечных сил в столбах диафрагм по рис. X.2 для вариантов 1а, 1б, 2а и 2б (пунктиром неправильная эпюра для варианта 1б, основанная на зависимости $Q = M'$, заштрихована эпюра нагрузки, приходящейся на столб 2 по варианту 1б)

Рис. X.4. План несущей системы и расчетные схемы 20-этажного здания (к примеру расчета 8)

Пример 8. *Определение усилий в диафрагмах и рамах 20-этажного здания с рамно-связевым каркасом (рис. X.4) от действия ветра на длинный фасад.*

Расчетную схему по рис. X.4,*б* можно упростить, если рамодиафрагмы по осям *2* и *9* представить как глухие диафрагмы шириной 9 м, а примыкающие к ним полурамы рассматривать как одну полную раму (рис. X.4,*в*).

Исходные данные: $q=-80$ кН/м; $a=0{,}258$; геометрические характеристики диафрагмы: $J_1=14{,}1$ м⁴; $J_2=5{,}1$ м⁴; $\Sigma J=4J_1+2J_2=66{,}6$ м⁴; $F_1=1{,}66$ м²;

$$F_2=1{,}18 \text{ м}^2;\ \beta=\frac{1{,}18}{1{,}66}=0{,}71;\quad J_п=54\cdot10^{-4} \text{ м}^4.$$

$E_д=2{,}98\cdot10^{10}$ Па; рамы: $F_к=0{,}16$ м²; $J_к=21{,}3\cdot10^{-4}$ м⁴; $J_п=54\cdot10^{-4}$ м⁴; $\beta=1$; $E_р=3{,}5\cdot10^{10}$ Па.

Так как в упрощенной схеме только два неизвестных, воспользуемся для расчета готовыми формулами (11.55)—(111.60).

Предварительно вычислим величины, входящие в эти формулы.

Для семи рам по формуле (V.5,*а*) с учетом замечания в § 3 гл. 111 об учете числа одинаковых вертикальных конструкций:

$$s_1=\frac{3{,}3\cdot8{,}8}{12}\left(\frac{8{,}8\cdot10^4}{7\cdot3{,}5\cdot10^{10}\cdot54}+\frac{3\cdot3{,}3}{4\cdot7\cdot3{,}5\cdot10^{10}\cdot21{,}3\cdot10^{-4}}\right)=2{,}76\cdot10^{-8} \text{ м/Н};$$

по формуле (111.42)

$$k_1=\frac{1+1}{7\cdot3{,}5\cdot10^{10}\cdot0{,}16\cdot17{,}6}=2{,}9\cdot10^{-12}\ 1/\text{Н}\cdot\text{м}\cdot$$

По формулам (V.11) и (111.42) для двух проемных диафрагм:

$$s_2=\frac{3{,}3\cdot2^3}{12\cdot2\cdot2{,}98\cdot10^{10}\cdot54{,}10^{-4}\cdot10{,}26}=6{,}66\cdot10^{-10} \text{ м/Н};$$

$$K_2=\frac{1+0{,}71}{2\cdot2{,}98\cdot10^{10}\cdot1{,}18\cdot10{,}26}=2{,}37\cdot10^{-12}\ 1/\text{Н}\cdot\text{м};$$

$$B=2{,}98\cdot10^{10}\cdot66{,}6=198{,}5\cdot10^{10} \text{ Н}\cdot\text{м}^2.$$

Для всей несущей системы по (111.58):

$$B^0=198{,}5\cdot10^{10}+\frac{10{,}26\cdot10^{12}}{2{,}37}+\frac{17{,}6\cdot10^{12}}{2{,}9}=1238{,}3\cdot10^{10} \text{ Н}\cdot\text{м}^2.$$

По формуле (111.57)

$$\lambda_1=\sqrt{\frac{10^8}{2{,}76}\left(2{,}9\cdot10^{-12}+\frac{17{,}6}{198{,}5\cdot10^{10}}\right)}=2{,}065\cdot10^{-2}\ 1/\text{м};$$

$$\lambda_2=\sqrt{\frac{10^{10}}{6{,}66}\left(2\cdot37\cdot10^{-12}+\frac{10{,}26}{198{,}5\cdot10^{10}}\right)}=10{,}64\cdot10^{-2}\ 1/\text{м}.$$

По формулам (е) и (д)

$$\rho^4=2{,}065^2\cdot10{,}64^2\cdot10^{-8}-\frac{17{,}6\cdot10{,}26}{2{,}76\cdot6{,}66\cdot198{,}5^2\cdot10^2}=2{,}3343\cdot10^{-6}\ 1/\text{м}^4;$$

$$2\,\mu^2=(2{,}065^2+10{,}64^2)\ 10^{-4}=117{,}474\cdot10^{-4}\ 1/\text{м}^2;$$

$$\mu_1=1{,}422\cdot10^{-2}\ 1/\text{м};\quad \mu_2=10{,}745\cdot10^{-2}\ 1/\text{м}.$$

По формуле (г)

$$w_2=\frac{117{,}474\cdot10^2}{2{,}3343}-\frac{6{,}66\cdot10^2}{2{,}37}-\frac{10^4}{10{,}745^2}=4664{,}85 \text{ м}^2.$$

Аналогично определяем w_1, m_1, а также m_2 и m_3, предварительно вычислив для сечения $x=H$ по таблицам гиперболических функций

$$\operatorname{sh}\mu_1 H = 1,1035;\quad \operatorname{ch}\mu_1 H = 1,4892;\quad \operatorname{sh}\mu_2 H = 669,715;$$
$$\operatorname{ch}\mu_2 H = 669,715$$

и учитывая, что $M^{г}(H)$ по (11.14) равен $135,15\cdot10^6$ Н·м.

Подставляя эти величины в (111.55) получим для семи рам в сечении $x=H$

$$N_1 = -1,9639\cdot10^5\,[80,205 - 51,2068 + 26,2891 - (-0,1778 + 26,2647)\cdot1] + + 64,8915\cdot10^5 = 7,5419\cdot10^5\ \text{Н}.$$

Используем эти результаты для определения N_1'', которое входит в формулу (111.59),

$$N_1'' = -1,9639\cdot10^5\times$$
$$\times[1,422^2\cdot10^{-4}\,(80,205-51,2068)+10,745^2\cdot10^{-4}\,(26,2891+0,1778-26,2647)]-$$
$$-\frac{-0,258\cdot80\cdot10^3}{2,9\cdot12,383} = -1035\ \text{Н/м}^2.$$

По формуле (111.59) определим N_2 на две проемные диафрагмы

$$N_2 = \frac{1}{10,26}\,[2,76\cdot10^{-8}\cdot198,5\cdot10^{10}\,(-1035-2,065^2\cdot10^{-4}\cdot7,5419\cdot10^5) + $$
$$+ 135,15\cdot10^6] = 59,2\cdot10^5\ \text{Н}.$$

Используя вычисленные фрагменты (а)—(г), определим аналогично предыдущему момент в широком столбе диафрагмы по формуле (111.56). Таким путем найдем

$$M_1 = 12,29\cdot10^6\ \text{Нм и}\ M_2 = \frac{12,29\cdot5,1}{14,1}\,10^6 = 4,43\cdot10^6\ \text{Н·м}.$$

По формуле (111.60) проверим точность расчета

$$M^{г} = (4\cdot12,29 + 2\cdot4,43 + 5,92\cdot10,26)\ 10^6 + 7,542\cdot10^5\cdot17,6 = 131,5\cdot10^6\ \text{Н·м},$$

т. е. ошибка составляет: $\dfrac{135,15-131,5}{135,15}\ 100 = 2,7\%$,

что можно считать удовлетворительным для расчета на логарифмической линейке. При выполнении вычислений следует с большой точностью определять те величины, которые составляют разности близких чисел, умножаемые затем на большие числа.

В рассмотренной несущей системе жесткие рамы воспринимают момент в сечении $x=H$

$M_р=7,542\cdot10^5\cdot17\cdot6=13,1\cdot10^6$ Н·м, т. е. около 10% общего внешнего момента $M^{г}(H)=135,15\cdot10^6$ Н·м.

Без учета продольных деформаций колонн имеем $M_р=19,39\cdot10^6$ Н·м, т. е. этот момент, а значит и усилие N_1 в колоннах рам завышается в 1,5 раза. Это говорит о необходимости учитывать продольные деформации колонн в узких высоких рамах.

Пример 9. *Расчет арматуры предварительно-напряженной вертикальной диафрагмы (§ 2 гл. IX).* Исходные данные $M_в^н=500\cdot10^4$ Н·м; $M_в=600\cdot10^4$ Н·м; $N^н=300\cdot10^4$ Н; $N=330\cdot10^4$ Н. Сечение диафрагмы (6×0,2) м. Марка бетона 300. Панели диафрагмы изготовляют в вертикальных формах, а потому $R_{пр}=135\cdot10^5\cdot0,85=115\cdot10^5$ Па.

Предварительный расчет ведем без учета арматуры, площадь которой еще неизвестна.

По формуле (IX.19):

$$\sigma_B^{н} = \frac{M_B^{н}}{W} = \frac{500\cdot 10^4\cdot 6}{0,2\cdot 6^2} = 417\cdot 10^4 \text{ Па};$$

$$\sigma_N^{н} = \frac{N^{н}}{F} = \frac{300\cdot 10^4}{0,2\cdot 6} = 250\cdot 10^4 \text{ Па},$$

следовательио, растяжение возникает.

Проверим условие (IX.20) при следующих дополнительных данных:

$$K = \frac{M_B}{M_B^{н}} = 1,2; \quad K_1 = \frac{N}{N^{н}} = 1,1;$$

$$\frac{115\cdot 10^5 + 250\cdot 10^4\ (1-1,1)}{1+1,2} = 513\cdot 10^4 \text{ Па} > \sigma_B^{н} = 417\cdot 10^4 \text{ Па},$$

т. е. условие формулы (IX.20) соблюдено.

Согласно (IX.18),

$$N_{02} = \frac{417\cdot 10^4\cdot 1,2 - 300\cdot 10^4}{2} = 100\cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Полагая потери равными $2000\cdot 10^5$ Па, найдем:

$$\sigma_{02} = 0,75\cdot 17\,000\cdot 10^5 - 2000\cdot 10^5 = 10\,800\cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$F_{н} = \frac{100\cdot 10^4}{10\,800\cdot 10^5} = 9,26\cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем четыре пучка 12Ø5 В-II у каждой кромки диафрагмы $F_{н} = 9,38\cdot 10^{-4}$ м². Арматура располагается в канавках, натяжение осуществляется на бетон (рис. IX.11).

Проверочный расчет

По формуле (IX.14):

$$F_{п} = 6\cdot 0,2 + 2\cdot 9,38\cdot 10^{-4}\ \frac{20\cdot 10^{10}}{2,9\cdot 10^{10}} = 1,213 \text{ м}^2;$$

$$W_{п} = \frac{0,2\cdot 6^2}{6} + 2\cdot 9,38\cdot 10^{-4}\cdot 6,92\ \frac{2,94^2}{3} = 1,239 \text{ м}^3;$$

$$\sigma_B^{н} = \frac{500\cdot 10^4}{1,239} = 405\cdot 10^4 \text{ Па};$$

$$\sigma_N^{н} = \frac{300\cdot 10^4}{1,213} = 248\cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Условие (IX.19) по-прежнему соблюдено.

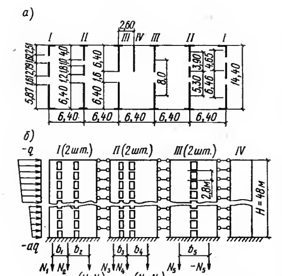
Уточненные потери равны $1800\cdot 10^5$ Па. Тогда:

$$\sigma_{02} = 0,75\cdot 17\,000\cdot 10^5 - 1800\cdot 10^5 = 11\,000\cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$N_{02} = 9,38\cdot 10^{-4}\cdot 11\,000\cdot 10^5 = 103,1\cdot 30^4 \text{ Н}.$$

Напряжения на кромках диафрагмы по формулам (IX.15) и (IX.16) составят:

$$1,1\cdot 248\cdot 10^4 + 1,2\cdot 405\cdot 10^4 + \frac{2\cdot 103,4\cdot 10^4}{1,213} = 92,95\cdot 10^5 < R_{пр} = 115\cdot 10^5 \text{ Па};$$



Рнс. X.5. Схема плана (*а*) н плоская расчетиая схема (*б*) 16-этажиого жилого дома (к прнмеру расчета 11)

$$248\cdot 10^4 - 405\cdot 10^4 + $$

$$+\frac{2\cdot 103,4\cdot 10^4}{1,213} = 14\cdot 10^4 \text{Па} > 0,$$

т. е. условия прочности и трещииостойкости обеспечены.

Пример 10. *Проверка по формулам § 1 гл. IX несущей способности стеновой панели при косом внецентренном сжатии.* Размер панели 4,5×2,62×0,14 м. Бетои с прочностью на сжатне 20 МПа. Армированне 4Ø6—AI на 1 пог. м с каждой стороны панели. Эксцентрицитет в плоскости панели $e_y=0,5$ м, из плоскости $e_z=0,03$ м, $N=2,1$ МН. Предварительно вычислим N_y, N_z н $N_п$. По формуле (IX.8)

$$N_y = \frac{0,5\cdot 0,14\cdot 4,5^2\cdot 76,5\cdot 10^5 + 2100\cdot 10^6\cdot [0,566\ (4,5-0,02) +}{0,5\cdot 4,5+0,5} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ (4,5^2 - 4\cdot 0,5^2)\ 1,13]\cdot 10^{-4}}{0,5\cdot 4,5+0,5} = 41,4\cdot 10^5\ \text{Н} = 4,14\ \text{МН}.$$

В формулу для N_z входит коэффициент η, определяемый по СНиП II-21-75. Подставляя в формулу (IX.9) $\eta=1,58$ и другие известные величины, получим $N_z=2,77$ МН.

Аналогично по (IX.10) определяем $N_п=5,27$ МН.

Полная несущая способность панели, согласио (IX.7),

$$N = \frac{2,77\cdot 4,14}{5,27} = 2,18\ \text{МН} > 2,1\ \text{МН},$$

т. е. прочность паиели достаточна.

Для сравнения рассчитаем эту панель по формулам [44]. Для случая 2 по п. 4.118 найдем то же значение $N_z=2,77$ МН. N_y ввиду наличия арматуры, распределенной по высоте сечення, определяем согласно п. 4.90б. Принимая $n=0$, найдем $N_y=40,4\cdot 10^5$ Н и $N_п=52,5\cdot 10^5$ Н.

Полная несущая способность панели будет равна:

$$N = \frac{1}{\frac{1}{4,04}+\frac{1}{2,77}-\frac{1}{5,25}} = 2,39\ \text{МН} > 2,1\ \text{МН}.$$

Предельная продольная сила по этому расчету на 10% больше, чем по первому варианту. Это объясняется ие учетом в последнем расчете бимоментных напряжений, которые определяются последним членом в скобке формулы (IX.6).

Пример 11. *Определение усилий в столбах диафрагм 16-этажного здания (рис. X.5) от действия горизонтальной нагрузки* при следующих данных: $-q=41,6$ кН/м, $-aq=14,8$ кН/м, $a=0,355$.

$M^0(H)=37{,}6$ МН·м. Расстояния между центрами тяжести столбов и пролеты перемычек даны на рис. X.5,*а*. Жесткость столбов и перемычек равна: $B_1=7130$ МН·м²; $B_2=5550$ МН·м²; $B_3=58\,500$ МН·м²; $B_4=5350$ МН×м²; $B_5=2410\cdot10^2$ МН·м²; $B_{1V}=120\cdot10^2$ МН·м²; $B=997530$ МН·м²; $B_{п1}=B_{п2}=15{,}4$ МН·м²; $B_{п3}=B_{п4}=B_{п5}=94{,}5$ МН·м².

Система уравнений (III.37), записанная в относительной координате $t=x/H$, будет иметь вид:

$$\frac{d^2N_1}{dt^2}=5{,}177779\,N_1-3{,}10277\,N_2+1{,}59441\,N_3+0{,}91852\,N_4+$$
$$+1{,}38645\,N_5-830{,}5367\quad c\,(t);$$

$$\frac{d^2N_2}{dt^2}=-0{,}96085\,N_1+10{,}9125\,N_2+0{,}62626\,N_3+0{,}36078\,N_4+$$
$$+0{,}54458\,N_5-326{,}223\quad c\,(t);$$

$$\frac{d^2N_3}{dt^2}=42{,}28031\,N_1+24{,}6033\,N_2+46{,}7788\,N_3-5{,}87226\,N_4+$$
$$+30{,}4449\,N_5-18237{,}6931\quad c\,(t);$$

$$\frac{d^2N_4}{dt^2}=-9{,}03381\,N_1-5{,}25685\,N_2-14{,}9952\,N_3+39{,}3615\,N_4-$$
$$-6{,}50499\,N_5+3736{,}2091\quad c\,(t);$$

$$\frac{d^2N_5}{dt^2}=22{,}7087\,N_1+13{,}2144\,N_2+18{,}8047\,N_3+10{,}8331\,N_4+$$
$$+20{,}1852\,N_5-9795{,}4384\quad c\,(t);$$

где $c\,(t)=H^2\left(t^2+\frac{a-1}{3}\,t^3\right)$.

Решение этой системы дифференциальных уравнений выполнено на ЭВМ для 20 точек по высоте здания по специальной программе МИСИ. В табл. X.3 приведены значения N_i (в $H/10^4$) для пяти сечений по высоте здания.

Таблица X.3

t	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5
0,2	2,1712	0,4916	10,850	3,6739	15,2804
0,4	5,067	1,2499	34,9512	7,4469	39,1622
0,6	8,6357	2,2763	73,1385	11,3958	71,7706
0,8	12,2815	3,4068	119,8382	13,8991	107,6315
1	14,2933	4,0761	150,1749	14,3016	128,6251

Примечание. Усилия даны на обе диафрагмы данного типа (см. рис. X.5).

Пример 12. *Определение усилия взаимодействия в швах сборного перекрытия по рис. IX.14,а* при следующих данных: нагрузка q, Н/м длины пролета настилов; сечение всех панелей 2,4×0,16 м: пролет $a=6$ м в первом варианте и 2,4 м во втором варианте. Воспользуемся системой (IX.27), поскольку $P_3=0$.

Исключая из (IX.27) P_1'', найдем:

$$P_1 = \frac{1}{2k^2}\left(-P_2'' + 3k^2 P_2 - k^2 q\right). \qquad (а)$$

Подставляя P_1 и P_1'' в первое уравнение системы (IX.27), получим

$$P_2^{IV} - 6k^2 P_2'' + k^4 P_2 \quad -k^4 q. \qquad (б)$$

Полный интеграл этого уравнения

$$P_2\ (x) = D_1 \operatorname{sh} \varphi_1 x + D_2 \operatorname{ch} \varphi_1 x + D_3 \operatorname{sh} \varphi_2 x + D_4 \operatorname{ch} \varphi_2 x - q, \qquad (в)$$

где

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \sqrt{3k^2 - k^2\sqrt{8}} = 0{,}4142\,k; \\ \varphi_2 &= \sqrt{3k^2 + k^2\sqrt{8}} = 2{,}4142\,k. \end{aligned}\right\} \qquad (г)$$

Подставляя в (а) P_2 и P_2'', находим с учетом (г):

$$P_1\ (x) = 1{,}414\ (D_1 \operatorname{sh} \varphi_1 x + D_2 \operatorname{ch} \varphi_1 x - D_3 \operatorname{sh} \varphi_2 x - D_4 \operatorname{ch} \varphi_2 x) - 2q. \qquad (д)$$

Граничными условиями для определения $D_1, \ldots, D_4$ будут:

$$P_2\ (0) = P_1\ (0) = 0; \quad P_2'\left(\frac{a}{2}\right) = P_1\left(\frac{a}{2}\right) = 0.$$

Из первого условия находим

$$D_2 - D_4 = 2q/1{,}414; \quad D_2 + D_4 = q$$

и, следовательно,

$$D_2 = 1{,}207\,q; \quad D_4 = -0{,}207\,q.$$

Из второго условия

$$D_1 = -1{,}207 \operatorname{th} \frac{\varphi_1 a}{2}; \quad D_3 = 0{,}207 \operatorname{th} \frac{\varphi_2 a}{2}.$$

Проверкой может служить $P(a) = 0$.

Экстремальные значения сил взаимодействия в середине пролета:

$$\left.\begin{aligned} P_2\left(\frac{a}{2}\right) &= q\left[-1 + \frac{1{,}207}{\operatorname{ch}\ (0{,}5\,\varphi_1 a)} - \frac{0{,}207}{\operatorname{ch}\ (0{,}5\,\varphi_2 a)}\right]; \\ P_1\left(\frac{a}{2}\right) &= 1{,}414\,q\left[-1{,}414 + \frac{1{,}207}{\operatorname{ch}\ (0{,}5\,\varphi_1 a)} + \frac{0{,}207}{\operatorname{ch}\ (0{,}5\,\varphi_2 a)}\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (е)$$

Обратимся теперь к величине k^2 (IX.24), от которой зависят значения φ_1 и φ_2. Для плоских плит момент инерции свободного кручения при $b/\delta = 2{,}4/0{,}16$

$$J_d = \frac{1}{3}\left(\frac{2{,}4}{0{,}16} - 0{,}63\right)\delta^4 = 4{,}79\,\delta^4,$$

и, следовательно, $k^2 = 1{,}165$ 1/м²; $k = 1{,}079$ 1/м.

По формуле (г) $\varphi_1 = 0{,}447$ 1/м; $\varphi_2 = 2{,}605$ 1/м. По формулам (д) и (в) определяем P_1 и P_2 для сечений $x = a/2$, $a/4$, $a/8$. Эпюры этих усилий для пролетов 6 и 2,4 построены на рис. IX.14. Экстремальные значения P_i в середине пролетов приведены в табл. IX.2 (§ 3 гл. IX).

Расчет по приближенному уравнению (IX.32) приводит к системе алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{aligned} P_1\ (u_1+1)-P_2\ (u_1-1)&=-u\,q;\\ P_1\ (u_1-1)-2\,P_2\ (u_1+1)&=0. \end{aligned}\right\} \qquad (ж)$$

При $k^2=1{,}165$ 1/м² имеем по (IX.33): $u=\dfrac{1{,}165\cdot 6^2}{8}=5{,}25$ для пролета $a=6$ м и $u=0{,}84$ для пролета 2,4 м. Соответственно $u_1=\dfrac{5}{6}\ u=4{,}37$ и 0,7.

Результаты решения системы (ж) при этих данных и сопоставление их с результатами точного расчета см. в табл. IX.2 в § 3 гл. IX.

Пример 13. *Определение усилий в швах сборного перекрытия по рис. IX.14, б, в* при следующих данных: пролет $a=5{,}88$ м, панели пустотные с характеристикой $k^2=3{,}14$ (условие заимствовано из [1] § 4, 5 гл. II).

Система уравнений при $P_1=0$ имеет вид (IX.28). Исключая из нее P_2'', как это показано в предыдущем примере, приходим к одному уравнению четвертого порядка:

$$P_3^{\text{IV}}-10\,k^2\,P_3''+5\,k^4\,P_3=-2\,k^4\,q. \qquad (а)$$

Полный интеграл этого уравнения

$$P_3=C_1\ \text{sh}\,\mu_1\,x+C_2\ \text{ch}\,\mu_1\,x+C_3\ \text{sh}\,\mu_2\,x+C_4\ \text{ch}\,\mu_2\,x-0{,}4\,q, \qquad (б)$$

где $\mu_1=1{,}29$; $\mu_2=5{,}46$.

Постоянные C_1—C_4 определяем из тех же граничных условий, что и в предыдущем примере.

$C_1=-C_2=-0{,}393\ q$; $C_3=-C_4=-0{,}07\ q$.

Подставляя значения постоянных, определяем по формуле (б) усилие P_3 для сечений по длине $x=a/2$; $a/4$; $a/8$; $a/16$. Соответствующие значения P_3 равны: $-0{,}391\ q$, $-0{,}343\ q$, $-0{,}248\ q$, $-0{,}156\ q$. Аналогично определяется P_2, которое для сечения $a/2$ равно $-0{,}195\ q$. Приближенное решение (IX.32) приводит к системе алгебраических уравнений, где u по (IX.33) для $x=a/2$ равно 13,56, а $u_1=11{,}3$:

$$-2P_2\ 12{,}3+10{,}3\ P_3=0;$$
$$10{,}3\ P_2-2\ P_3\ 12{,}3-10{,}3\ P_3=13{,}56\ q.$$

Решая эту систему, находим $P_3=-0{,}441\ q$, $P_2=-0{,}185\ q$.

Знак минус при величине усилий получается из-за того, что за положительное направление сил $P_i(x)$ принято направление сверху вниз на левую кромку каждой панели (рис. IX.13, в). Для правой половины перекрытия это направление совпадает с расчетным и силы $P_i(x)$ будут получаться со знаком «плюс».

Для схемы рис. IX.14,*в* нагрузка расположена на крайней панели — симметрия отсутствует и число неизвестных возрастает до четырех ($P_1=P_6=0$).

Решение системы четырех дифференциальных уравнений потребовало бы использования ЭВМ. Поскольку решение другим точным способом получено в [1], решим для сравнения эту же задачу приближенно с помощью уравнений (IX.32).

Система алгебраических уравнений (IX.32) для данного примера имеет вид:

$$2\,P_2\ (u_1+1)-P_3\ (u_1-1)=0;$$
$$P_2\ (u_1-1)-2\,P_3\ (u_1+1)+P_4\ (u_1-1)=0;$$
$$P_3\ (u_1-1)-2\,P_4\ (u_1+1)+P_5\ (u_1-1)=0;$$
$$P_4\ (u_1-1)-2\,P_5\ (u_1+1)=u\,q_5.$$

Решая эту систему при $u=13{,}56$ и $u_1=11{,}3$ (см. предыдущий пример), находим: $P_5=-0{,}709\ q$; $P_4=-0{,}377\ q$;

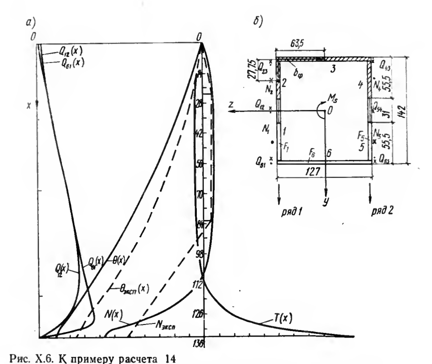


Рис. X.6. К примеру расчета 14

а — эпюры усилий и графики перемещений модели ядра; *б* — план модели ядра с проемами; *1—6* — номера столбов после введения фиктивных швов в углах

$P_3 = -0{,}192\ q$; $P_2 = -0{,}081\ q$, что достаточно близко соответствует точному решению, полученному в [1] (см. § 3 гл. IX, табл. IX.2).

Пример 14. *Расчет модели проемного ядра жесткости (рис. X.6) на действие крутящего равномерно распределенного по высоте момента* $m_s = 90{,}9$ Н·м/м. Материал модели — оргстекло с $E = 3{,}2 \cdot 10^9$ Н/м²; $G = 1{,}3 \cdot 10^9$ Н/м²; высота модели $H = 136$ см; высота этажа $h_э = 3{,}75$ см; высота перемычки $h_s = 1{,}25$ см.

Для расчета по формулам гл. III—IV введем в углах ядра фиктивные швы (см. рис. X.6).

При составлении системы уравнений (III.24)—(III.29) необходимо обратить внимание на рис. III.5, из которого следует, что перерезывающая сила в шве (реальном или фиктивном) нумеруется начиная с элемента, имеющего алгебраически большую координату. На рис. X.6 показана такая нумерация для рядов связей *1* и *2*, расположенных параллельно оси *У*.

Кососимметричная нагрузка, воздействуя на симметричную систему, приводит к следующему распределению внутренних усилий (рис. X.6):

$$N_1 = N_4 = -N_2 = -N_5 = N;$$

$$N_3 = N_6 = 0;$$

$$Q_{61} = Q_{23} = -Q_{43} = -Q_{65};$$

$$Q_{12} = -Q_{54}.$$

Система уравнений содержит два неизвестных: продольную силу в столбе $N(x)$ и бимомент $T(x)$.

По формуле (III.25) при U и $M^{\text{в}}$, равных нулю, имеем:

$$Q'_{12} = \frac{1}{s_{12}\,|y_{12}|}\left(\frac{2N}{A} - \frac{T}{B_{\text{кр}}}\,\hat{z}_{12}\,|y_{12}|\right). \qquad (\text{а})$$

По формуле (III.26)

$$Q'_{61} = -\frac{1}{s_{61}\,|y_{61}|}\left[\frac{N}{A} + \frac{T}{B_{\text{кр}}}\,(\bar{z}_{61}\,y_6 + \hat{z}_{61}\,|y_{61}|)\right]. \qquad (\text{б})$$

Согласно (III.24),

$$N''_1 = Q'_{12} - Q'_{61}. \qquad (\text{в})$$

Подставляя (а) и (б) в (в), получим:

$$N'' = \alpha\, N - \beta\, T, \qquad (\text{г})$$

где

$$\alpha = \frac{1}{A}\left(\frac{2}{s_{12}\,|y_{12}|} + \frac{1}{s_{61}\,|y_{61}|}\right);$$

$$\beta = \frac{1}{B_{\text{кр}}}\left(\frac{\hat{z}_{12}\,|y_{12}|}{s_{12}\,|y_{12}|} - \frac{\bar{z}_{61}\,y_6 + \hat{z}_{61}\,|y_{61}|}{s_{61}\,|y_{61}|}\right).$$

По формуле (IV.3) с учетом (IV.7)

$$T'' = m_s + \sum_{ut=1,2}^{6,1} c_{ut}\,Q'_{ut} = m_s + c_{12}\,Q'_{12} + c_{23}\,Q'_{23} + c_{43}\,Q'_{43} + c_{54}\,Q'_{54} + $$

$$+ c_{65}\,Q'_{65} + c_{61}\,Q'_{61};$$

$$c_{61} = c_{23} = -c_{43} = -c_{65} = y_{61}\,\hat{z}_{61} - z_{61}\,\hat{y}_{61};$$

$$c_{12} = -c_{54} = y_{12}\,\hat{z}_{12}; \quad Q'_{12} = -Q'_{54};$$

$$Q'_{61} = Q'_{23} = -Q'_{43} = -Q'_{65}.$$

Отсюда:

$$T'' = m_s + 2\,c_{12}\,Q'_{12} + 4\,Q'_{61}. \qquad (\text{д})$$

Из (а), (б) и (д) имеем:

$$T'' = m_s + \gamma\, T - \delta\, N. \qquad (\text{е})$$

Здесь

$$\gamma = -\frac{2}{B_{\text{кр}}}\left[\frac{c_{12}\,\hat{z}_{12}\,|y_{12}|}{s_{12}\,|y_{12}|} + \frac{2\,c_{61}\,(\bar{z}_{61}\,y_6 + \hat{z}_{61}\,|y_{61}|)}{s_{61}\,|y_{61}|}\right];$$

$$\delta = -\frac{4}{A}\left(\frac{c_{12}}{s_{12}\,|y_{12}|} - \frac{c_{61}}{s_{61}\,|y_{61}|}\right).$$

Для определения неизвестных усилий необходимо решить следующую систему:

$$\left.\begin{aligned} N'' - \alpha\, N + \beta\, T &= 0; \\ T'' - \gamma\, T + \delta\, N &= m_s. \end{aligned}\right\} \qquad (\text{ж})$$

При абсолютно жесткой заделке в основание граничные условия для этой системы принимают вид:

$$\left.\begin{matrix} N\ (0) = 0; & N'\ (H) = 0; \\ T\ (0) = 0; & T'\ (H) = m_s H. \end{matrix}\right\} \qquad (н)$$

Вычислим входящие в систему (ж) коэффициенты:

$$B_п = 32 \cdot 10^4 \frac{0,5 \cdot 1,25^3}{12} = 26\,040\ Н \cdot см^2.$$

Для оргстекла по формуле (V.13)

$$\gamma_1 = 1 + 2,75 \left(\frac{h_п}{l}\right)^2 = 1 + 2,75 \left(\frac{1,25}{3,1}\right)^2 = 1,447.$$

По формуле (V.14)

$$s_{12} = \frac{3,75 \cdot 3,1^3}{12 \cdot 26040 \cdot 8,15}\ 1,447 = 6,3475 \cdot 10^{-5}\ см/Н.$$

Из (V.21) при $b_ф$ по рис. X.6 и $\varkappa = F/F_{ст}$,

где $F = F_1 + F_6 + F_5$; $F_{ст} = F_6$;

$$s_{61} = \frac{1,8 \cdot (2,775 + 6,10)}{13 \cdot 10^4 (12,2 + 2 \cdot 5,3) \cdot 0,5} = 13,81 \cdot 10^{-6}\ см/Н;$$

$A_1 = EF_1 = 32 \cdot 10^4 \cdot 5,05 \cdot 0,5 = 0,808 \cdot 10^6$ Н.

По формуле (III.19)

$$B_{кр} = 4 \cdot 6,1^2 \cdot 1,717 \cdot 10^6 + 2 \cdot 6,85^2 \cdot 27,312 \cdot 10^6 = 2817 \cdot 10^6\ Н \cdot см^4;$$

$$\alpha = \frac{1}{0,808} \left(\frac{2}{63,475 \cdot 8,15} + \frac{1}{13,81 \cdot 2,775} \right) = 0,03708;$$

$$\beta = \frac{1}{2817} \left(\frac{8,15 \cdot 6,1}{63,475 \cdot 8,15} - \frac{6,1 \cdot 6,85 + 6,1 \cdot 2,775}{13,81 \cdot 2,775} \right) = -0,00050973;$$

$$\gamma = -\frac{2}{2817} \left[-\frac{6,1 \cdot 8,15 \cdot 6,1 \cdot 8,15}{63,475 \cdot 8,15} - \right.$$

$$\left. - \frac{2\ (6,1 \cdot 2,775 + 6,1 \cdot 6,6)\ (6,1 \cdot 6,85 + 6,1 \cdot 2,775)}{13,81 \cdot 2,775} \right] = 0,1278;$$

$$\delta = -\frac{4}{0,808} \left(-\frac{6,1 \cdot 8,15}{63,475 \cdot 8,15} + \frac{6,1 \cdot 2,775 + 6,1 \cdot 6,6}{13,81 \cdot 2,775} \right) = -6,9117.$$

С учетом вычисленных коэффициентов система (ж) запишется так:

$$\left\{ \begin{aligned} & N'' - 0,03708\, N - 0,00050973\, T = 0; \\ & T'' - 0,1278\, T - 6,9117\, N = 90,9. \end{aligned} \right.$$

Эта система может быть решена методом конечных разностей или непосредственным интегрированием.

На рис. X.6 показаны результаты ее решения в виде эпюр усилий по высоте ядра. Максимальные значения этих усилий: $T(H) = 49\,879$ Н·см²; $N(H) = -336$ Н; Q_{12} $(x = 108) = 27$ Н/см; Q_{61} $(x = 123) = 36,5$ Н/см.

Угол закручивания $\theta(x)$ определен согласно формуле (III.31) двойным интегрированием функции $T(x)$. Для учета сдвига в заделке ядра, который не отражается в граничных условиях (u), надо к результату добавить

$$\theta_{сдв} = \frac{m_s H}{G F \rho^2}\ x,$$

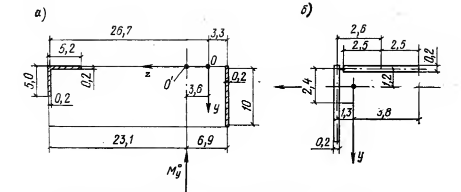


Рис. X.7. Схема плана несущей системы с уголковой диафрагмой

а — план заданной системы; б — деталь уголка с введенной связью; О — центр жесткостей для преобразованной (расчетной) системы; О' — то же, для заданной системы с монолитным уголком

[где F — площадь сечения стенки ядра; ρ — средний радиус (IV.34)] либо при интегрировании (III.31) принять второе граничное условие $\theta'(H)=M(H)/GF\rho^2$. Тогда $\theta_{\text{сдв}}$ будет учтен автоматически.

Эпюры (рис. X.6) сопоставлены с экспериментальными, показанными пунктиром.

Пример 15. *Определение усилий в несущей системе* (рис. X.7). Система содержит столб углового поперечного сечения. Для расчета, согласно указаниям § 1 гл. III, этот столб условно расчленяем на два прямоугольных (полки уголка) и соединяем их связями сдвига с характеристикой $S=0$ (рис. X.7,б). Исходные данные $J_{1z}=J_{2y}=2{,}083$ м⁴; $J_{1y}=J_{2z}=0{,}003$ м⁴; $J_{3z}=16{,}67$ м⁴; $J_{3y}=0{,}0067$ м⁴; $E=1$; $J_{\text{кр}}=1668$ м⁴ (III.19); $J_{zy}=3{,}12$ м⁴.

Положение центров жесткостей для заданной и преобразованной систем определено по (III.1) и показано на рис. X.7.

Согласно (III.24), (III.27) и (III.29), учитывая, что связь направлена по оси z, получим:

$$s_{12}N_1^{''}=\frac{N_1\ 26{,}7+N_2\ 24{,}1-0}{0{,}003+2{,}083+0{,}007}-\frac{1}{2{,}6}\ \times$$

$$\times\left[\frac{N_2}{1}-\frac{N_1}{1}+\frac{(N_1\ 2{,}4-M_y^0)\ (-2{,}4)}{16{,}67+2{,}083+0{,}003}-\frac{T}{J_{\text{кр}}}\ (-2{,}4)\ 26{,}7\right].\quad (а)$$

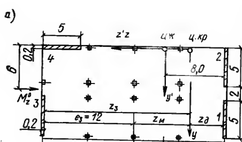
Так как $N_2=-N_1$ и $s_{12}=0$ (связь совершенно жесткая — обе полки уголка в действительности монолитно соединены), то, согласно (III.20),

$$T=M_y^0\ 3{,}6+[(-2{,}4)\ 26{,}6-(-2{,}6)\ 0]\ N_1=3{,}6\,M_y^0-63{,}8\,N_1.$$

Подставляя эти результаты в (а), получим после приведения подобных членов

$$3{,}071\,N_1=0{,}1026\,M_y^0,\quad \text{т. е.}\quad N_1=0{,}0334\,M_y^0.$$

Покажем, что в данной системе не возникает кручения, хотя плоскость действия внешнего момента M_y^0 не совпадает с центром жесткостей преобразованной системы с разрезанным уголком. При отсутствии кручения M_y^0 должен распределиться между двумя заданными столбами (уголком и диафрагмой) пропорционально их моментам инерции. Проверим, какое распределение M_y^0 получено из решения (а).



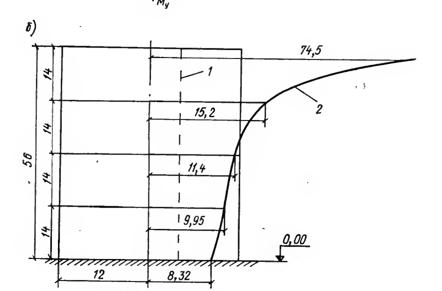


Рис. X.8. Пространственная несущая система (к примеру расчет 16)

а — план; *б* — фасад (вертикальный масштаб уменьшен вдвое) с линиями центров жесткостей (*1*) и центров кручения (*2*)

По формуле (III.30)

$$M_{1y}(x) = 2{,}083\left[\frac{1 - 0{,}0334\cdot 2{,}4}{18{,}756} + \frac{26{,}7\ (3{,}6 - 63{,}8\cdot 0{,}0334)}{1668}\right] M_y^0 =$$

$$= 0{,}152\, M_y^0 .$$

Полный момент на уголковый столб равен $(M_{1y}+N_1 b)$, т. е.

$M_{12} = 0{,}152\, M_y + 0{,}0344\, M_y^0 \cdot 2{,}4 = 0{,}232\, M_y^0$,

а исходя из распределения, пропорционального J_i, при $J_{12y}=4{,}97$ м⁴ для монолитного уголка

$$M_{12} = \frac{M_y^0 \cdot 4{,}97}{4{,}97 + 16{,}67} = 0{,}23\, M_y^0 ,$$

т. е. распределения совпадают. Следовательно, кручения нет, и принятие в расчете условного центра изгиба (жесткостей) для преобразованной системы не вносит никакого искажения в результаты расчета.

Пример 16. *Определение усилий в несущей системе (рис. X.8,а).* Здание

20-этажиое ($H=56$ м); связевой каркас не участвует в восприятии горизонтальных нагрузок; столбы *1* и *2* объединены перемычками $s_{12}=176/E$; $B_1=B_2=B_3=B_4=2{,}08E$; $k_{12}=0{,}286/E$. Согласно определению, данному в § 2 и 3 гл. III, даиная несущая система относится к классу плоско-параллельных с диафрагмами, не имеющими общих точек, поэтому для ее расчета можно воспользоваться формулами (III.94)—(III.99). На первом этапе расчета определим по формуле (III.63) усилия $\overline{N}$ в столбах *1—2* при плоском изгибе от $M_y^0=1\cdot x^2$. Действию M_z^0 сопротивляется только столб *4*, поэтому $\overline{M}_4=M_z^0$. Результаты вычислений для *5* уровней по высоте здания сведены в табл. X.4, причем:

$$\overline{M}_1=\overline{M}_2=\overline{M}_3=\frac{1}{3}\quad(1\,x^2-\overline{N}\,7);$$

$$\overline{M}^0_{д\,1,2}=\overline{N}\,7+\overline{M}_1+\overline{M}_2.$$

Таблица X.4

x	M	$M_z^0=\overline{M}_4$	От M_y^0: $\overline{N}$	От M_y^0: $\overline{M}_1=\overline{M}_2$	От M_y^0: $\overline{M}^0_{д1,2}$
2,01	4,03	2,01	5,02	—10,37	14,4
14	196	98	39,2	—26,5	221
28	784	392	103,5	19,7	764
42	1764	882	187,5	150	1613
56	3136	1568	242	481	2655

Второй этап расчета состоит в определении усилий, вызванных поворотом здания в плане от крутящих моментов $-M_z^0\,6$ и $M_y^0\,z_м$ (см. рис. X.8). Так как столб *4* является единственным, параллельным оси z, то кривая центров кручения (§ 3 гл. III) лежит в плоскости этого столбца ($y_м=6=\text{const}$), и потому усилия в этом столбе от поворота здания в плане не возникают. Координаты центров кручения $z_м$ в рассматриваемых уровнях найдем по (III.98). Например, для заделки ($x=56$ м)

$$z_м=\frac{2655\;(-12)+481\cdot 12}{3136}=-8{,}32\text{ м}.$$

Дальнейшие вычисления сведены в табл. X.5.

От поворота в плане под влиянием M_z^0, например в заделке столба *3*, по формуле (III.95)

$$\hat{M}_3=\frac{-1568\cdot 6\cdot 481\;(12+8{,}32)}{481\cdot 20{,}32^2+2655\cdot 3{,}68^2}=-392.$$

В заделке диафрагмы *1—2*

$$\hat{M}^0_д=\frac{-1568\cdot 6\cdot 2655\;(-3{,}68)}{481\cdot 20\cdot 32^2+2655\cdot 3{,}68^2}=392,$$

т. е. $\hat{M}_3=-\hat{M}^0_д$, как и должно быть в силу очевидного равенства, $-M_z^0\cdot 6=\hat{M}_3\cdot 24=-M^0_д\cdot 24$.

При действии M_y^0 по формуле (III.95) для сечения $x=56$ м

$$\hat{M}_3=(-\hat{M}^0_д)=\frac{3136\cdot 8{,}32\cdot 481\cdot 20{,}32}{481\cdot 20{,}32^2+2655\cdot 3{,}68^2}=1087.$$

Дальнейшие вычисления сведены в табл. X.5.

Таблица X.5

x, м	$z_м$ (III.98)	$z_э = e_э + z_м$	$z_д = e_д + z_м$	От M_z^0; $\hat{M}_э = -M_д^0$ (III.95)	От M_y^0			От M_y^0; $M_д^0$ (III.24) (III.25), (III.30)
					$\hat{M}_э = -M_д^0$ (III.95)	$M_д^0 = \overline{M}_д^0 + \hat{M}_д^0$	$M_э = \overline{M}_э + \hat{M}_э$	
2,01	74,5	86,5	62,5	—0,5	12,46	1,94	2,09	—
14	15,2	27,2	3,2	—24,5	124	97,5	97	97,8
28	11,4	23,4	—0,6	—98	372	392	392	391,4
42	9,95	21,95	—2,05	—221	731	881	882	883
56	8,32	20,32	—3,68	—392	1087	1568	1568	1568

Те же результаты можио получить, пользуясь центром жесткостей по общим формулам § 1 гл. III. Например, при действии M_y^0 по формулам (III.24), (III.25) с учетом (III.19), (III.20)

$$N_1'' = \frac{1}{176}\left\{\frac{1}{6,24}\left(N_1 \cdot 9,5 + N_2 \cdot 2,5 - 1x^2\right) - \frac{1}{7} \ldots\right.$$

$$\left.\ldots\left[\frac{N_2}{5 \cdot 0,2} - \frac{N_1}{5 \cdot 0,2} + \frac{1x^2 \cdot 4 + (-7)\ (-8)\ N_1}{2 \cdot 2,08 \cdot 8^2 + 2,08 \cdot 16^2}\ (-8)\ 7\right]\right\}.$$

Учитывая, что $N_2 = -N_1$, приведем предыдущее уравнение к виду $N_1'' = 0,0112\ N_1 - 0,000682\ x^2$.

Решаем это дифференциальное уравнение для примера методом конечных разностей (§ 3 гл. III и рис. III.14). Для четырех расчетных уровней: $x = 14$, 28, 42 и 56, т. е. при шаге $h = 14$ получим систему:

$$0 - 2u_1 + u_2 = 14^2\ (0,0112\,u_1 - 0,000682 \cdot 196);$$
$$u_1 - 2u_2 + u_3 = 14^2\ (0,0112\,u_2 - 0,000682 \cdot 784);$$
$$u_2 - 2u_3 + u_4 = 14^2\ (0,0112\,u_3 - 0,000682 \cdot 1764);$$
$$2\ (u_3 - u_4) = 14^2\ (0,0112\,u_4 - 0,000682 \cdot 3136).$$

Решение этой системы дает непосредственно значения N_1 в четырех рассмотренных уровиях. Например, для $x = 28$ м имеет: $N_1 = u_2 = 54,3$. Зная N_1, определим по формуле (III.30) моменты в столбах *1* и *2*:

$$M_1 = M_2 = 2,08\ \left(\frac{784 - 54,3 \cdot 7}{6,24} + \frac{(-8)\ [784 \cdot 4 + (-7)\ (-8)\ 54,3]}{2 \cdot 2,08 \cdot 8^2 + 2,08 \cdot 16^2}\right) = 5,7.$$

Полный момент, воспринимаемой диафрагмой *1—2* в сечении $x = 28$ м, $M_д = 54,3 \cdot 7 + 2 \cdot 5,7 = 391,4$, что практически совпадает с результатом, получеиным путем, приведеным в табл. X.5. Для других сечений значения $M_д^0$, найдениые по общим формулам (III.24), (III.25), приведены в последией колонке табл. X.5. Как видио из табл. X.5, результаты расчета обоими способами совпадают. Отметим, что решеиие уравнения (III.24) в конечных разностях при большом шаге $h = 0,25$ H дало точиые результаты.

Линия цеитров кручения (III.98), согласно значениям $z_м$, приведенным в табл. X.5, построена на рис. X.8,*б*. Так как несущая система плоскопараллельная, линия цеитров кручения представляет собой плоскую кривую, лежащую в плоскости столба *4*.

Пример 17. *Сравнение вариантов конструктивного решения здания с ростверками (рис. VI.4).* Сравнить в экскизной стадии под действием ветровой нагрузки следующие варианты конструктивного решения многоэтажного здания с ростверками размером в плане 30×30 м и высотой $H=151{,}8$ м.

1. Несущая система — прямоугольное ядро с размером в плане 12,6×12,6 м, толщина стенки $\delta=60$ см, ростверк коробчатого сечения (рис. VI.5,*а*) высотой $h=3{,}3$ м расположен вверху ядра.

2. Ядро с размером в плане 12,5×12,5 м, $\delta=50$ см, ростверков три (см. рис. I.10) высотой 3,3 м каждый, расположены на отметках 49,5, 99 м и вверху здания.

Для расчета принимаем основную систему по рис. VI.4,*б* и пользуемся формулами § 3 гл. VI и § 2 гл. II при $q=50{,}2$ кН/м и $a=0{,}28$.

Изгибающий момент в любом сечении ядра жесткости от горизонтальной нагрузки находим по формуле (II.14). Момент в заделке

$$M\ (H)=\frac{5{,}02\cdot 151{,}8^2}{2}\left(1+\frac{0\cdot 28-1}{3}\right)=438\,000\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

Эпюра M показана пунктиром на рис. I.10,*в*.

Вначале выполним расчеты в предположении бесконечной жесткости ростверка.

Вариант 1. Для определения перемещений δ_{ii} и δ_{ip} вычисляем изгибную жесткость ядра, осевую жесткость колонны и коэффициент κ (IV.38) для плана здания по рис. VI.4,*г—д*.

$$E\,J=33\cdot 10^6\cdot 346{,}7=11441\cdot 10^6\ \text{кН}\cdot\text{м}^2;$$

$$E\,F=26\cdot 10^6\cdot 0.488=13\cdot 10^6\ \text{кН};$$

$$k=7+\frac{5}{3}\left(\frac{5-1}{5+1}\right)=8{,}1.$$

По формуле (VI.36)

$$\delta_{11}=\left(\frac{8{,}1^2\cdot 30^2}{11\,441\cdot 10^6}+\frac{2}{13\cdot 10^6}\right)148{,}5=8{,}1^{-4}.$$

По формуле (VI.37) и по рис. (VI.4,*в*)

$$\delta_{1p}=\frac{1562\cdot 10^4\cdot 8{,}1\cdot 30}{11\,441\cdot 10^6}=-3300\cdot 10^{-4}.$$

Решая уравнение (VI.35), находим:

$$X_1=\frac{3300\cdot 10^{-4}}{8\cdot 10^{-4}}=413\ \text{кН}.$$

Определяем изгибающие моменты в ядре жесткости по формуле (VI.39):

$$M\ (0)=413\cdot 8{,}1\cdot 30=10\,040\ \text{кН}\cdot\text{м};$$

$$M\,(H)=438\,000-10\,040=427\,960\ \text{кН}\cdot\text{м},$$

изгибающий момент в узле примыкания ростверка — по формуле (VI.40)

$$M_{\text{р}}=8{,}1\cdot 413\ \frac{30-12}{2}=31\,000\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

Вариант 2. Вычисляем изгибную жесткость ядра и осевые жесткости колонн:

$$E\,J=288{,}2\cdot 29\cdot 10^6=8358\cdot 10^6\ \text{кН}\cdot\text{м}^2;$$

$$E\,F_1=19\cdot 10^6\ \text{кН};$$

$$E\,F_2=13\cdot 10^6\ \text{кН};$$

$$E\,F_3=5{,}2\cdot 10^6\ \text{кН}.$$

Определяем перемещения по формулам (VI.36) и (VI.37):

$$\delta_{11}=\left(\frac{8,1^2\cdot 30^2}{8358\cdot 10^6}+\frac{2}{12\cdot 10^6}\right)49,5=3,5\cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{22}=\left(\frac{8,1^2\cdot 30^2}{8358\cdot 10^6}+\frac{2}{13\cdot 10^6}\right)46,2=2,4\cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{33}=\left(\frac{8,1^2\cdot 30^2}{8358\cdot 10^6}+\frac{2}{5.2\cdot 10^6}\right)46,2=3,5\cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{3p}=\frac{-69\,7455\cdot 8,1\cdot 30}{8358\cdot 10^6}=-0,021;$$

$$\delta_{2p}=\frac{-4\,638\,010\cdot 8,1\cdot 30}{8358\cdot 10^6}=-0,135;$$

$$\delta_{1p}=\frac{-12\,827\,190\cdot 8,1\cdot 30}{8358\cdot 10^6}=-0,374.$$

Решая уравнения (VI.35), находим:

$$X_1=\frac{0,374\cdot 10^4}{3,5}=1050\text{ кН};\quad X_2=\frac{13,5\cdot 10^{-2}}{2,4\cdot 10^{-4}}=563\text{ кН};$$

$$X_3=\frac{2,1\cdot 10^{-2}}{3,5\cdot 10^{-4}}=60\text{ кН}.$$

По формулам (VI.39) и (VI.40) определяем изгибающие моменты в ядре и в ростверке. Эпюра изгибающих моментов показаиа на рис. 1.10,*в*.

Как видно из расчетов, осевая жесткость колонн весьма незначительно влияет на величину перемещений δ_{ii}. Поэтому для предварительных расчетов (например, для отыскания оптимального расположения растверков по высоте здания) можно получить простую формулу для определения продольных сил в колоннах, полагая в формуле (VI.36) и (VI.37) осевую жесткость колонны EF равной бесконечности. Тогда по формуле (VI.35)

$$X=\Omega/k\,b\,H_i.$$

Для варианта 1 по этой формуле

$$X=\frac{15\,620\,000}{8,1\cdot 30\cdot 148,5}=431\text{ кН},$$

что мало отличается от полученной ранее $X=413$ кН.

Для уточнения усилий для варианта 2 производим расчет с учетом податливости ростверка.

Определяем изгибно-сдвиговую жесткость ростверка и площадь сечения его стенок:

$$J_{\text{р}}=36,8\text{ м}^4;\quad F_{\text{ст}}=4,83\text{ м}^2;$$

$$K_1=7^2+\frac{5^2}{12}\left(\frac{5-1}{5+1}\right)^2=49,92.$$

По формуле (VI.44), принимая в ней $\varkappa$ по (VI.48).

$$B_{\text{р}}=\frac{1}{\dfrac{1}{26\cdot 10^6\cdot 36,8}+\dfrac{49,92\cdot 12}{11,6\cdot 10^6\cdot 4,83\cdot 8,1^2\cdot 30^2}}=833\cdot 10^6.$$

Вычисляем перемещения:

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\delta_{23}=\delta_{32}=-\frac{8,1^2\cdot 30^3}{12\cdot 833\cdot 10^6}=-1,77\cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{11}=\left(\frac{8,1^2\cdot 30^2}{8358\cdot 10^6}+\frac{2}{19\cdot 10^6}\right)49,5+\frac{8,1^2\cdot 30^3}{6\cdot 833\cdot 10^6}=7,06\cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{22}=\left(\frac{8.1^2\cdot 30^2}{8358\cdot 10^6}+\frac{2}{13\cdot 10^6}\right)46,2+\frac{8,1\cdot 30^3}{6\cdot 833\cdot 10^6}=5,9\cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{33}=\left(\frac{8,1^2\cdot 30^2}{8358\cdot 10^6}\quad\frac{2}{5,2\cdot 10^6}\right)46,2+\frac{8,1\cdot 30^3}{6\cdot 833\cdot 10^6}=7\cdot 10^{-4}.$$

Грузовые члены остаются без изменения.
Имеем систему уравнений (VI.43):

$$7,06\,X_1-1,77\,X_2-0,374\cdot 10^4=0;$$
$$-1,77\,X_1+5,9\,X_2-1,77\,X_3-0,135\cdot 10^4=0;$$
$$-1,77\,X_2+7,0\,X_3-0,021\cdot 10^4=0.$$

Решая систему уравнений, находим:

$$X_1=601,3\ \text{кН};\quad X_2=481\ \text{кН};\quad X_3=153\ \text{кН}.$$

По формулам (VI.39) и (VI.40) вычисляем изгибающие моменты в ядре жесткости и в ростверке. Значения изгибающих моментов (см. рис. 1.10,*в*) в ядре для варианта 2 с учетом и без учета податливости ростверков сведены в таблицу:

Изгибающие моменты, кН·м	С учетом податливости ростверков	Без учета податливости ростверков
В сечении $x=0$	36 037	14 580
В сечении $x=H$	137 390	30 440

Как видно из таблицы, податливость ростверков значительно изменила в данном примере усилия в ядре и колоннах, что говорит о необходимости ее учета в расчетах.

Сравнивая варианты 1 и 2, видим, что даже при неучете податливости ростверка изгибающий момент в заделке ядра по варианту 1 втрое превышает тот же момент по варианту 2. Если и в варианте 1 учесть деформативность ростверков, эта разница еще возрастет.

Рассмотренный пример показывает, что вариант 2 конструктивного решения более целесообразен и может быть выбран за основу детальной разработки проекта здания.

1. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ (III.44) И ОБОСНОВАНИЕ РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ § 3 ГЛАВЫ III

Действие горизонтальной распределенной нагрузки. Полный внешний изгибающий момент $M^{г}$ в любом сечении x диафрагмы (см. рис. 1.2,*а*, *б*) будет уравновешен суммой внутренних моментов:

$$M^{г} = \Sigma M + N b, \tag{1.1}$$

где N — нормальная сила в столбах, возникающая под действием горизонтальной нагрузки за счет сопротивления связей изгибу и сдвигу.

Так как момент M можно выразить через угол наклона столба α, то выражение (1.1) приводится к уравнению с одним неизвестным N, если известна зависимость α от N. Установим эту зависимость для случая соединения столбов перемычками.

Нормальная сила N создается как сумма реактивных осевых усилий, возникающих в столбе поэтажно при перекосе перемычек, на некоторую величину δ (см. рис. 1.3,*в*). Реакция в уровне перемычки в i-том этаже с учетом ее сопротивления только изгибу (сопротивление сдвигу рассмотрено в § 1 гл. V)

$$\overline{N}_i = \frac{12\, B_п}{l^3}\ \delta_i, \tag{1.2}$$

где $B_п = EJ_п$ — изгибная жесткость перемычки.

Так как перемычки полагаем распределенными по высоте столба, то при высоте этажа, равной h, реактивная осевая сила в столбе имеет приращение на участке dx:

$$d\,N = \frac{12\, B_п}{h\, l^3}\ \delta\ (x)\ d\,x. \tag{1.3}$$

Заменяя $\delta = b\alpha_2$ (см. рис. V.2,*а*), найдем:

$$\frac{d\,N}{d\,x} = \frac{12\, B_п\, b}{h\, l^3}\ \alpha_2. \tag{1.4}$$

Обозначая

$$s = \frac{h\, l^3}{12\, B_п\, b}\,, \tag{1.5}$$

получим

$$\alpha_2 = s\, N' \tag{1.6}$$

(штрихом обозначена производная по x). Так как по рис. III.4

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2, \tag{1.7}$$

то, зная также и угол α_1, сможем выразить полный угол α в функции $N(x)$.

Обозначая c — перемещение сечения x по направлению оси X, E и F — модуль упругости и площадь сечения столба соответственно, получим элементарное перемещение на длине dx:

$$\Delta\ c = \frac{N\, x\ d\,x}{E\,F}\ . \tag{1.8}$$

Полное перемещение c будет равно сумме элементарных перемещений на деформируемом участке столба, равном $(H-x)$.
Интегрируя (1.8) в этих пределах, найдем:

$$c = \pm \frac{1}{EF} \int_x^H N\,dx. \qquad (1.9)$$

Теперь можно угол α_1 выразить через c (см. рис. III.4, пунктир):

$$\alpha_1 = \frac{c_1 - c_2}{b}. \qquad (1.10)$$

При отсутствии других сил, проектирующихся на ось x,

$$N_1 = -N_2 = N$$

и, следовательно,

$$\alpha_1 = \left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2}\right) \frac{1}{b} \int_x^H N\,dx. \qquad (1.11)$$

Обозначив

$$\frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} = \beta, \qquad (1.12)$$

найдем:

$$\alpha_1 = \frac{1+\beta}{b\,E_2 F_2} \int_x^H N\,dx = k \int_x^H N\,dx, \qquad (1.13)$$

где

$$k = \frac{1+\beta}{(EF)_2\, b}. \qquad (1.14)$$

Подставляя (1.6) и (1.13) в (1.7), получим искомую зависимость

$$\alpha = s N' + k \int_x^H N\,dx. \qquad (1.15)$$

Выражение (1.15) справедливо для диафрагм, рам и рам-диафрагм при любых податливых связях (перемычки, ригели, другие связи сдвига), в зависимости от вида которых будут меняться в этом выражении только значения параметра s (см. гл. V).
Согласно (1.1) и заменяя по (1.2) ΣM на $-\alpha' B$, получим:

$$M^{г} = -\alpha' B + N b, \qquad (1.16)$$

где $B = \Sigma EI$ — сумма изгибных жесткостей столбов диафрагмы или иной несущей конструкции.
Дифференцируя (1.15) и подставляя α' в (1.16), найдем:

$$M^{г} = B\,(s N'' - k N) + N b$$

и, следовательно,

$$N'' - \lambda^2 N = -\frac{M^{г}(x)}{sB}, \qquad (1.17)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{s}\left(k+\frac{b}{B}\right)} = \sqrt{\frac{k\,B^0}{s\,B}}; \qquad (1.18)$$

$$B^0 = B + b/k \qquad (1.19)$$

жесткость диафрагмы с совершенно неподатливыми связямн.

Исходя из (1.15) можно получить н другую форму записи основного уравнення (1.17) — относительно угла наклона $\alpha(x)$.

Заменяя в (1.15), согласно (1.16),

$$N = \frac{M^{\text{г}} + \alpha' B}{b},$$

после простых преобразований с учетом $\alpha(H)=0$ получнм:

$$\alpha'' - \lambda^2 \alpha = \frac{k}{s\,B}\int\limits_{H}^{x} M^{\text{г}}\, \alpha\, x - (Q^{\text{г}}/B). \qquad (1.20)$$

Из этого уравнення можно получить уравнение прогибов диафрагмы, для чего достаточно продифференцировать его по x н заменить α''' на y^{IV} и α' на y''. Таким путем получнм:

$$y^{\text{IV}} - \lambda^2 y'' = \frac{k}{s\,B} M^{\text{г}} - q(x)/B; \qquad (1.21)$$

Еслн связн совершенно жесткн, то $s=0$, так как $B_{\text{п}}$ в формуле (1.5) стремится к бесконечности. Умножая на s все члены уравнения (1.21), получим:

$$-(k + b/B)\; y'' = (k/B)\; M^{\text{г}}$$

н, следовательно, с учетом (1.19)

$$y'' = -(M^{\text{г}}/B^0) \quad \text{нлн} \quad y^{\text{IV}} = q/B^0,$$

т. е. дифференциальное уравненне сплошного столба, как н должно быть прн жестких связях.

Если связн абсолютно податливы, то s стремнтся к бесконечности, приводя к нулю параметр λ н первый член правой части уравнения (1.21). Поэтому

$$y^{\text{IV}} = q/B,$$

т. е. дифференциальное уравненне шарннрно связанных столбов с жескостямн B_i.

Решая уравнение (1.17), найдем:

$$N(x) = C_1 \operatorname{sh} \lambda x + C_2 \operatorname{ch} \lambda x + \frac{M^{\text{г}}}{\lambda^2 s B} - \frac{q(x)}{\lambda^4 s B}. \qquad (1{,}22)$$

Соответственно решеннем уравнения (1.20) будет:

$$\alpha(x) = c_3 \operatorname{sh} \lambda x + c_4 \operatorname{ch} \lambda x - \frac{1}{B^0}\left[\int\limits_{H}^{x} M^{\text{г}}\, d\,x - \frac{\overline{B}}{\lambda^2 B}\left(Q^{\text{г}} - \frac{q'(x)}{\lambda^2}\right)\right], \qquad (1.23)$$

где $\overline{B} = B^0 - B = b/k = E_2 F_2 b^2/(1+\beta)$. $\qquad (1.24)$

Постоянные нитегрнрования C_1 н C_2 определяя из граннчных условий:

$$N(0) = 0; \quad N'(H) = 0, \qquad (1.25)$$

а постоянные C_3 н C_4 — из условнй

$$\alpha'(0) = 0; \quad \alpha(H) = 0. \qquad (1.26)$$

Условия (1.25) получаются как следствне того, что $N(x)$ представляет

собой интеграл от распределенных по высоте столба перерезывающих сил в перемычках. При $x=0$ промежуток интегрирования равен нулю, и значит $N=0$. При $x=H$ угол наклона оси столба в заделке равен нулю, следовательно, равна нулю перерезывающая сила в самой нижней перемычке на уровне заделки, т. е. $N'(H)=0$.

Условия (1.26) исходят из того, что при $x=0$, т. е. вверху здания, момент, а следовательно, и производная угла наклона оси равны нулю, а внизу при $x=H$ угол наклона при неподатливом основании равен нулю (случай податливого основания рассмотрен в § 5 гл. II и в § 2 гл. VI).

Из этих условий находим

$$C_1 = q\, A/\lambda^4\, s\, B, \tag{1.27}$$

где

$$A = \left(\frac{a-1}{\lambda\, H} + \frac{a+1}{2}\ \lambda\, H - \mathrm{sh}\ \lambda\, H\right) \Big/ \mathrm{ch}\ \lambda\, H\,; \tag{1.28}$$

$$C_2 = q/\lambda^4\, s\, B\,; \tag{1.29}$$

$$C_3 = (b/\lambda\ B)\ c_2\,; \tag{1.30}$$

$$C_4 = (b/\lambda\ B)\ c_1\,. \tag{1.31}$$

Подставляя $c_1 - c_4$ в (1.22) или (1.23), получим расчетные формулы усилий и перемещений для диафрагмы или другой односвязной конструкции, приведенные в § 3 гл. III.

Действие сосредоточенной горизонтальной силы, приложенной в любом месте по высоте. Согласно (1.17), получим для сечения $x<u$ (рис. III.13) уравнения (III.50).

$$N'' - \lambda^2\, N = 0. \tag{1.32}$$

Для нижнего участка при $x \geqslant u$ с учетом того, что нагрузка равна —1:

$$N'' - \lambda^2\, N = -\ \frac{x-u}{s\, B}\,. \tag{1.33}$$

Решением этих уравнений будет соответственно:

$$N\ (x) = C_1\ \mathrm{sh}\ \lambda\ x + C_2\ \mathrm{ch}\ \lambda\ x \qquad (x<u)\,; \tag{1.34}$$

$$N\ (x) = C_3\ \mathrm{sh}\ \lambda\ x + C_4\ \mathrm{ch}\ \lambda\, x + \frac{x-u}{\lambda^2\ s\, B} \qquad (x \geqslant u). \tag{1.35}$$

Добавим к граничным условиям (1.25) дополнительные вытекающие из равенства решений (1.34) и (1.35) в общей точке $x=u$:

$$N\ (u) = N\ (u)\,; \quad N'\ (u) = N'\ (u)\,;$$
$$(x<u) \quad (x>u); \quad (x<u) \quad (x>u)\,. \tag{1.36}$$

Из первого условия (1.25) непосредственно находим $C_2=0$. Из остальных:

$$C_1 = \frac{\mathrm{ch}\ (\lambda\, H - \lambda\, u) - 1}{\lambda^3\, s\, B\ \mathrm{ch}\ \lambda\, H}\ ; \tag{1.37}$$

$$C_3 = \frac{-1 - \mathrm{sh}\ \lambda\, u\ \mathrm{sh}\ \lambda\, H}{\lambda^3\, s\, B\ \mathrm{ch}\ \lambda\, H}\ ; \tag{1.38}$$

$$C_4 = \frac{\mathrm{sh}\ \lambda\, u}{\lambda^3\, s\, B}\,. \tag{1.39}$$

Подставляя $C_1 - C_4$ в решения (1.34) и (1.35), получим формулы (III.86) — (III.87).

Действие вертикальной нагрузки, распределенной по высоте. Как сказано в § 1 гл. II, вертикальная нагрузка в общем случае приложена к столбам внецентренно и удельное значение этой нагрузки различно (см. рис. II.1 и II.2). Для расчета ее удобнее привести к центральной удельно равной нагрузке и моменту. Сначала переносим силы p_i^0 в центры сечений столбов и добавляем соответственно моменты $m_i^э = p_i^0 e_i$. Эти моменты в данной системе координат положительны, если направлены по часовой стрелке. Согласно (II.2), они распределены равномерно по высоте здания.

Для приведения сил p_i^0 и p_{i+1}^0 (см. рис. II.2) к удельно равным p_i и p_{i+1} воспользуемся условием равновесия

$$p_1 + p_2 = p_1^0 + p_2^{0*}, \tag{1.40}$$

а так как силы p_1 и p_2 удельно равны, то

$$p_1/E F_1 = p_2/E F_2; \quad p_2 = p_1 \frac{E F_2}{E F_1} = \beta p_1, \tag{1.41}$$

где β — по (1.12).

Подставляя (1.41) в (1.40), найдем:

$$p_1 = (p_1^0 + p_2^0)/(1+\beta); \quad p_2 = \beta (p_1^0 + p_2^0)/(1+\beta). \tag{1.42}$$

Заменяя p_1^0 на p_1 и p_2^0 на p_2, следует добавить на каждый столб силы $\pm\Delta p = \pm(p_1 - p_1^0)$, делающие преобразованную систему эквивалентной заданной. Эти силы с плечом b создадут момент

$$m^в = (p_1 - p_1^0)\ b. \tag{1.43}$$

Подставляя в (1.43) значение p_1 из (1.42), получим:

$$m_{12}^в = b\ (p_2^0 - \beta p_1^0)/(1+\beta). \tag{1.44}$$

Таким образом, заданная нагрузка преобразована к эквивалентной, состоящей из: удельно-равных центрально приложенных сил p_i, p_{i+1} и моментов $m_i^э$, $m_{i+1}^э$ и $m_{i,\,i+1}^в$. Силы p_i, p_{i+1} не создают изгиба и из дальнейшего рассмотрения могут быть исключены, моменты $m^э$ и $m^в$ изгибают столбы и вызывают усилия в связях (см. рис. II.2,б). Связи, сопротивляясь деформированию, создают усилия $N_i(x)$ в столбах. При одинаковом наклоне столбов изгиб связей и направление сил N_i различны при действии $m^э$ и $m^в$, что видно из сравнения рис. I.3,в и II.2,б (влияние $m^э$ аналогично влиянию горизонтальной нагрузки).

Задача расчета, как и при действии горизонтальной нагрузки, состоит в отыскании усилий $N_i(x)$ и $M_i(x)$. Под действием момента $M^э(x) = x\Sigma m_i^э$ эти усилия определяются уравнениями (I.17), (I.20) с заменой $M^г$ на $M^э$. Момент $M^в(x) = x m^в$ создает угол наклона столба α_2, определяемый по аналогии с (I.6) с учетом изменения знака:

$$\alpha_2 = -s N'. \tag{1.45}$$

Угол α_1 зависит теперь от момента $M^в(x)$ и от нормальных сил $N(x)$. Используя (1.9), найдем:

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{E_1 F_1} \int_x^H \left(\frac{M^в}{b} + N\right) dx; \\ c_2 &= \frac{1}{E_2 F_2} \int_x^H \left(\frac{M^в}{b} + N\right) dx. \end{aligned}\right\} \tag{1.46}$$

---

* Здесь и далее для упрощения записи индексы i и $i+1$ заменены на 1 и 2.

Имея в виду, что по рис. II.2,б

$$\alpha_1 = (c_2 - c_1)/b,$$

и раскрывая значение $M^{в}$ по (1.44), получим:

$$\alpha_1 = \frac{1}{E_2 F_2 b} \int_x^H x \, (p_2^0 - \beta \, p_1^0) \, d\,x + \frac{1+\beta}{E_2 F_2 b} \int_x^H N \, d\,x. \qquad (1.47)$$

Интегрируя первый член и заменяя множитель при втором интеграле через k (1.14), получим:

$$\alpha_1 = \frac{H^2 - x^2}{2\,E_2 F_2 b} \, (p_2^0 - \beta \, p_1^0) + k \int_x^H N \, d\,x. \qquad (1.48)$$

Исходное уравнение (1.1) в данном случае, поскольку на сечение действуют только осевые силы и внешний момент отсутствует, примет вид:

$$\Sigma\, M + N\,b = 0. \qquad (1.49)$$

Приняв во внимание, что $\Sigma M = -\alpha^1 B$ и что α, согласно рис. II.2,б, определяется как разность выражений (1.48) и (1.45), найдем из (1.49):

$$-\frac{(p_2^0 - \beta \, p_1^0) \; x}{E_2 F_2 b} - k\,N + s\,N'' = \frac{b}{B} \; N. \qquad (1.50)$$

Отсюда с учетом (1.44)

$$N'' - \lambda^2 \, N = M^{в} \; (x)/s\,\overline{B}, \qquad (1.51)$$

где λ определяется по (1.18), а $\overline{B}$ — по (1.24).
При совместном действии $M^{э}(x)$ и $M^{в}(x)$

$$N'' - \lambda^2 \, N = \frac{1}{s} \left(\frac{M^{в} \; (x)}{\overline{B}} - \frac{M^{э} \; (x)}{B} \right). \qquad (1.52)$$

При одновременном действии вертикальной внецентренной и горизонтальной нагрузки уравнение (1.52) остается в силе, но $M^{э}(x)$ заменяется на

$$M^{0} \; (x) = M^{г} \; (x) + M^{э} \; (x) \qquad (1.53)$$

и (1.52) превращается в (III.44).
Решением уравнения (1.52) в этом общем случае будет:

$$N \; (x) = C_1 \,\mathrm{sh}\, \lambda \, x + C_2 \,\mathrm{ch}\, \lambda \, x + \frac{M^{0} \; (x)}{\lambda^2 \, s \, B} - \frac{M^{в} \; (x)}{\lambda^2 \, s \, \overline{B}} - \frac{q \; (x)}{\lambda^4 \, s \, B} \,. \qquad (1.54)$$

Постоянная интегрирования C_1, согласно (1,25), равна:

$$C_1 = \frac{q\,A}{\lambda^4 \, s \, B} + \frac{1}{\lambda^3 \, s \,\mathrm{ch}\, \lambda \, H} \left(\frac{m^{в}}{\overline{B}} - \frac{m^{э}}{B} \right), \qquad (1.55)$$

постоянная C_2 определяется по (1.29), а A — по (1.28).
Из (1.54) с учетом (1.44) найдем:

$$N = \frac{1}{\lambda^2 \, s} \left(\frac{m^{э}}{B} - \frac{m^{в}}{\overline{B}} \right) \left(x - \frac{\mathrm{sh}\, \lambda \, x}{\lambda \,\mathrm{ch}\, \lambda \, H} \right). \qquad (1.56)$$

Из (1.56) видно, что при $m^{э}/B = m^{в}/B$ имеем $N=0$, и в столбах действует усилие только от внешних сил, равное:

$$\left(P_i \pm \frac{M^{в}}{b} \right) = P_i^0 \,.$$

Несущая конструкция изгибается по схеме чистого изгиба, причем перемычки (ригели) не изгибаются. Момент в i-том столбе, согласно (I.I),

$$M_i = B_i \ (m^э x - N b)/B, \qquad (1.57)$$

куда N подставляется с тем знаком, который оиа получит при вычислеиии (1.56).

Перерезывающая сила в перемычке (ригеле)

$$\overline{Q}_п = N'h = \frac{h}{\lambda^2 s} \left(\frac{m^э}{B} - \frac{m^в}{\overline{B}} \right) \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \lambda x}{\operatorname{ch} \lambda H} \right). \qquad (1.58)$$

Поперечные силы в столбах определяются по (III.68) с заменой $Q^г$ на $m^э$ и вычитанием $m_i^э$, действующего в данном столбе. В выражение (III.68) $\overline{Q}_п$ и $m^э$ подставляются со своими знаками, причем знак $\overline{Q}_п$ получается из вычисления (1.58), а распределенные моменты $m^э$ и $m^в$ считаются положительными, если они создают перемещения по рис. 1.20.

Прогиб получим, нитегрируя выражение для угла наклона, определяемого как разность выражений (1.48) и (1.45):

$$\overline{y} = \frac{1}{B^0} \left\{ \frac{\overline{B}}{\lambda^3} \left(\frac{m^э}{B} - \frac{m^в}{\overline{B}} \right) \left[\lambda \ (H - x) - \frac{\operatorname{sh} \lambda H - \operatorname{sh} \lambda x}{\operatorname{ch} \lambda H} \right] + \right.$$

$$\left. + (m^э + m^в) \left(\frac{H^3}{3} - \frac{H^2 x}{2} + \frac{x^3}{6} \right) \right\}. \qquad (1.59)$$

Прогиб верха здания будет равен:

$$f = \frac{1}{B^0} \left\{ \frac{\overline{B}}{\lambda^3} \left(\frac{m^э}{B} - \frac{m^в}{\overline{B}} \right) (\lambda H - \operatorname{th} \lambda H) + \frac{H^3}{3} \ (m^э + m^в) \right\}. \qquad (1.60)$$

К обоснованию формулы (III.79) и табл. (III.1).

Из рис. X.2 видно, что с возрастанием величины λH эпюра $\overline{Q}_п$ все больше приближается к эпюре сдвигающих усилий в сплошной диафрагме, что, естественно, следует из возрастающей жесткости перемычек. При этом, как видно из графиков рис. III.16, сечение, соответствующее $\overline{Q}_{п\,max}$, приближается к опорному сечению диафрагмы. Это подсказывает возможность представить выражение для нормальной силы в опорном сечении диафрагмы в виде первого члена формулы (III.80) с поправочным коэффициентом c:

$$N_{max} = c \ \frac{Q^г}{k B^0} \ \frac{H}{2}. \qquad (1.61)$$

Для определения c приравняем (1.61) к полученному в гл. III выражению (III.74), при этом обозначим через c_1 коэффициент, соответствующий $a = 1$, через $C_{0,5}$ — коэффициент, отвечающий значению $a = 0{,}5$, и так далее. После несложных преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 1 - \frac{2 \ (\lambda H - 1)}{(\lambda H)^2}; \quad c_{0,5} = 1{,}11 - \frac{6 \lambda H - 4}{3 \ (\lambda H)^2}; \\ c_{0,3} &= 1{,}18 - \frac{2 \lambda H - 1}{(\lambda H)^2}; \quad c_{0,2} = 1{,}22 - \frac{6 \lambda H - 2}{3 \ (\lambda H)^2}. \end{aligned} \right\} \qquad (1.62)$$

Значения этих коэффициентов при $\xi = 0{,}2$ приведены в табл. III.1 (гл. III).

2. О ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЕ В СТОЛБАХ ДИАФРАГМ

Поперечная сила в столбе Q не равна производной от момента M в этом столбе. При наличии распределенного момента $m=m(x)$, имеющего (как в нашем случае) знак, противоположный знаку внешнего момента, будет: $M'=Q-m$

$$Q=M'+m. \tag{2.1}$$

Подставляя сюда M_i' из (III.66) и $m_i=\overline{Q}_п u_i/h$, где u_i расстояние от точки перегиба связи до оси столба i, найдем поперечную силу в i-том столбе (III.68):

$$Q_i=\frac{Q^г B_i}{B}+\frac{\overline{Q}_п}{h}\left(u_i-\frac{n\,b\,B_i}{B}\right), \tag{2.2}$$

где $Q^г$ и $\overline{Q}_п$ определяются для рассматриваемого сечения x соответственно по формулам (II.13) и (III.67).

В отдельной односвязной симметричной диафрагме

$$Q_1=Q_2=\frac{Q^г}{2}, \tag{2.3}$$

так как скобка во втором члене формулы (2.2) превращается в нуль.

Интересной особенностью работы отдельных вертикальных несущих конструкций является возникновение между несимметричными вертикальными элементами в сечении $x=0$ сосредоточенных сил (см. рис. X.3).

Их найдем, приравняв $x=0$ в выражении (2.2) или (III.68). Так как $Q^г(0)=0$, то искомая сила будет:

$$P=\frac{\overline{Q}_п}{h}\left(u_i-\frac{b\,B_i}{B}\right), \tag{2.4}$$

и поскольку при $x=0$ $\overline{Q}_п$ по (III.67) равно не нулю, а

$$\overline{Q}_п=\frac{h\,q}{\lambda\,k\,B^0}\left(A-\frac{a-1}{\lambda\,H}\right), \tag{2.5}$$

то P по (2.4) равна нулю только в случае превращения в нуль выражения, стоящего в скобке, т. е. только в случае симметричной несущей конструкции.

В простых плоскопараллельных несущих системах (рис. III.12) усилия в глухих диафрагмах определяются по обычным формулам расчета сплошного консольного стержня: $M_i=-\alpha' B_i$; $Q=M_i'$; $q_i=-Q_i'$.

Так как M_i остается равным (III.65), то, выполнив дифференцирование, найдем поперечную силу и нагрузку в глухой диафрагме:

$$Q_i=\frac{B_i}{B^0}\left[Q^г-\frac{n\,\overline{B}\,q}{\lambda\,B}\left(\text{sh}\,\lambda\,x+A\,\text{ch}\,\lambda\,x-\frac{a-1}{\lambda H}\right)\right]; \tag{2.6}$$

$$q_i\ (x)=\frac{B_i}{B^0}\left[q\ (x)+\frac{n\,\overline{B}\,q}{B}\ (A\,\text{sh}\,\lambda\,x+\text{ch}\,\lambda\,x\right]. \tag{2.7}$$

В этих формулах обозначения те же, что и в (III.63).

3. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА РАМ, РАМО-ДИАФРАГМ И РАМНО-СВЯЗЕВЫХ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Поперечная сила в наружных колоннах рамо-диафрагмы (см. рис. V.1)

$$Q_к=\overline{Q}_п\,v/h, \tag{3.1}$$

а момент в колонне в узле соедннения с рнгелем

$$M_к = 0{,}5\,\overline{Q}_п\, v. \qquad (3.2)$$

Для внутреиией колонны рамо-днафрагмы (см. рнс. 1.2,*е*):

$$Q_к = 2\,\overline{Q}_п\, v/h\,; \qquad (3.3)$$

$$M_к = \overline{Q}_п\, v. \qquad (3.4)$$

Моменты в иаружных (крайннх) колоннах при $x = H$

$$M_к = 2\,\overline{Q}_п\, v/3, \qquad (3.5)$$

а во внутреннмх (среднмх) колоинах

$$M_к = 4\,\overline{Q}_п\, v/3. \qquad (3.6)$$

В формулах (3.1)—(3.6) $\overline{Q}_п$ определяется по (III.67), (III.78) или (III.83), а v — по формулам, приведеииым в § 1 гл. V.

Одно- и двухпролетные рамы прн одииаковых пролетах можио рассчитывать исходя из (III.51). Так, получены формулы (III.84) н (III.85). Еслн на раму действует сосредоточенная единнчиая сила в сечении u, то прогиб иайдем из (III.87) или прнближенно для сечений ($x \geqslant u$)

$$\overline{y} = \frac{1}{\overline{B}}\left[\frac{x-u}{2}\,(H-x)^2 + \frac{(H-x)^3}{3}\right] + \frac{s}{b}\,(H-x). \qquad (3.7)$$

Для сечений ($x < u$) прогнб определяется по этой же формуле с заменой x на u, н наоборот.

Перерезывающая снла в рнгелях рамы

$$\overline{Q}_п = N'\,h = Q^г\,h/b. \qquad (3.8)$$

Момеиты и поперечные силы в элемеитах рамы определяются, как указаио выше для рамо-диафрагмы с подстаиовкой в формулы $\overline{Q}_п$ по (3.8).

Действие момеита $M^в$ ие вызывает в рамах того эффекта, который наблюдался в днафрагмах н рамо-днафрагмах. Поскольку для колонн прннимается $\Sigma M = 0$, то из (1.50) следует $\overline{N} = 0$, т. е. под действием момеита $M^в$ рама в целом работает по схеме чнстого нзгиба и в колоннах действуют только виешине снлы $P_i^0\,(x)$, а в рнгелях $\overline{Q}_п = 0$. Прн этом угол иаклона рамы в любом сеченни x, согласно (1.49), равен:

$$\alpha = k\,\frac{H^2 - x^2}{4}\,(p_2^0 - p_1^0)\,, \qquad (3.9)$$

и прогнб, согласно (1.8),

$$y = k\,\frac{p_2^0 - p_1^0}{4}\left(\frac{2\,H^3 + x^3}{3} - H^2\,x\right). \qquad (3.10)$$

Пренебрегая продольной деформацней колонн в рамах рамио-связевой системы (рис. 1.19), т. е. полагая в (1.7) $\alpha_1 = 0$, получим вместо 1.20) упрощенное прнблнженное уравненне

$$\alpha'' - \alpha^2\,\alpha = -Q^г/B, \qquad (3.11)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{n\,b}{s\,B}}\,. \qquad (3.12)$$

Решая уравнение (3.11) совместно с (1.26), найдем для глухой диафрагмы:

$$M_i = -\frac{B_i q}{B \lambda^2} \left(\text{ch } x + A \text{ sh } \lambda x - \frac{a-1}{H} x - 1 \right); \qquad (3.13)$$

$$Q_i = -\frac{B_i q}{B \lambda} \left(\text{sh } \lambda x + A \text{ ch } \lambda x - \frac{a-1}{\lambda H} \right); \qquad (3.14)$$

$$q_i = \frac{B_i q}{B} (\text{ch } \lambda x + A \text{ ch } \lambda x). \qquad (3.15)$$

Влияние продольных деформаций колонн более существенно при относительно более мощных рамах и слабых диафрагмах, а также при узких и высоких рамах.

Для продольных каркасов, т. е. при большой ширине рам, продольными деформациями колонн можно пренебрегать.

Для поперечных каркасов влияние деформаций колонн следует учитывать (см. пример 8 гл. X).

Характерными особенностями распределения нагрузки между глухой и проемной конструкциями являются, во-первых, двузначность эпюры нагрузки, передающей на проемную несущую конструкцию (будь то рама или проемная диафрагма), и, во-вторых, возникновение в вершине несущей системы взаимно уравновешенных сосредоточенных сил взаимодействия между сплошными и проемными конструкциями подобно тому, как это было получено в прил. 2 для отдельной односвязной конструкции. Эта сила определяется из (2.6) при $x=0$. В данном случае

$$\pm P = \frac{2 B_i n \overline{B} q}{B^0 \lambda B} \left(A - \frac{a-1}{\lambda H} \right). \qquad (3.16)$$

Эти особенности объясняются различием свободной деформации сплошной и проемной конструкции.

Поскольку эти конструкции связаны жесткими в своей плоскости дисками перекрытий, они вынуждены деформироваться совместно и одинаково, что и приводит к появлению вверху рамы сосредоточенной силы, не входящей в состав заданной внешней нагрузки. Эта сила возникает как давление диафрагмы на раму. Соответственно рама создает для диафрагмы как бы верхнюю упругую опору, реакция которой равна этой силе.

Двузначность эпюр нагрузки объясняется тем, что только в этом случае возможно совпадение упругой линии для проемной и сплошной конструкции.

Если бы обе конструкции деформировались независимо друг от друга, то проемная получила бы в нижней части значительно больший прогиб, чем сплошная. Чтобы их прогибы оказались одинаковыми, нагрузка в нижней части сплошной диафрагмы должна возрасти, а в проемной — соответственно трансформироваться в нагрузку обратного знака. Проемная конструкция опирается на перекрытия, поддерживаемые более жесткими конструкциями, и тем самым дополнительно загружает их, а сама испытывает отрицательную реакцию (отпор) перекрытий, резко возрастающую около заделки.

4. ОБ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЖЕСТКОСТЯХ EJ И GF ДЛЯ ДИАФРАГМЫ С ПРОЕМАМИ

Покажем, что для проемной диафрагмы или рамо-диафрагмы эквивалентный момент инерции поперечного сечения $J_{\text{экв}}$ меняет по высоте диафрагмы не только свою абсолютную величину, но и знак [23].

Действительно, кривизна всей диафрагмы и кривизна ее отдельного столба, очевидно, одинаковы, поэтому при учете только изгиба

$$M^0 / E J_{\text{экв}} = M_i / E J_i . \qquad (4.1)$$

Сокращая на E и заменяя M_i согласно (1.1), найдем искомую величину эквивалентного момента инерции проемной диафрагмы

$$J_{экв} = \Sigma J \Bigg/ \left(1 - \frac{N_{в}}{M^0}\right). \qquad (4.2)$$

Из (4.2) видно, что $J_{экв}$ является переменной величиной — функцией x, поскольку N и M^0 — величины, переменные по x, и закон их изменения различен. Если $N=0$, как это будет при абсолютно гибких или шарнирных связях между столбами, то из (4.2) следует:

$$J_{экв} = \Sigma J = \text{const}.$$

Если $N=M^0S^0/J^0$, т. е. при абсолютно жестких перемычках, имеем из (4.2)

$$J_{экв} = J^0 = \text{const}.$$

Только в этих двух случаях диафрагма имеет постоянный момент инерции всего сечения, не зависящий от x. При всех других значениях N, т. е. при наличии перемычек, обладающих конечной жесткостью, $J_{экв}$ будет изменяться в функции (x).

Может сложиться впечатление, что этот результат есть следствие трактовки кривизны только как изгибной, тогда как фактически диафрагма (или составной стержень) искривляется по изгибно-сдвиговой форме подобно сплошному стержню, податливому на сдвиг. Однако заменяя в (4.1) левую и правую часть соответственно выражениями, учитывающими сдвиг,

$$\frac{M^0}{E\,J_{экв}} + \frac{\varkappa\, q^0}{G\,F_{экв}} = \frac{\Sigma M_i}{\Sigma EJ_i} + \frac{\varkappa\, q^0}{G\,F}, \qquad (4.3)$$

убеждаемся, что и в этом случае невозможно получить постоянные эквивалентные жесткости. Действительно, при $x=0$ $M^0=\Sigma M_i=0$, поэтому $GF_{экв}=GF$, и если $GF_{экв}=\text{const}$, то оба вторых члена в (4.3) сокращаются, оставляя для $J_{экв}$ прежнее значение (4.2), переменное по высоте диафрагмы.

Если в эквивалентном сплошном стержне отыскивать только изгибную жесткость исходя из

$$\frac{M^0}{E\,J_{экв}} = \frac{\Sigma M_i}{\Sigma E\,J_i} + \frac{\varkappa\, q^0}{G\,F}, \qquad (4.4)$$

то придем к еще более сложному, тоже переменному по x выражению.

Таким образом, попытки замены составного стержня (за исключением рамного [62]) сплошным с некоторыми постоянными жесткостями надо признать несостоятельными[1]. Поэтому, например, рассмотренная в § 3 гл. 1 консольно-заменяющая расчетная модель не может распространяться на системы, содержащие диафрагмы с проемами, рамо-диафрагмы и тому подобные конструкции, для которых $\Sigma EJ=B\neq 0$.

В заключение отметим, что учет сдвига в столбах по выражению (4.3) не изменяет усилия M, N и $Q_{п}$ в отдельной диафрагме. Они могут по-прежнему определяться по формулам, приведенным в § 3 гл. III и прил. 1—3.

При этом, однако, надо иметь в виду, что сдвиг увеличивает кривизну и прогиб, а следовательно, изменяет соотношение между усилиями в различных вертикальных несущих конструкциях, составляющих несущую систему (см. § 1 гл. V). Увеличенные перемещения в связи с учетом сдвига будут также сказываться на усилиях при расчете по деформированной схеме (см. гл. VIII).

---

[1] За исключением тех приближенных расчетов, где форма упругой кривой несущественна.

5. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ (III.37)

В многосвязных конструкциях и симметричных в плане несущих системах в отличие от рассмотренных в прил. 1 и 2 нормальные силы в смежных столбах не одинаковы и перерезывающая сила в связях не равна производной от нормальной силы в ближайшем столбе. Согласно рис. III.4, из равенства проекций всех сил на ось X получаем:

$$\sum_{f=1}^{i} N_f = \int_0^x \frac{\overline{Q}_{i,\ i+1}}{h}\, dx. \tag{5.1}$$

Дифференцируя это выражение, будем иметь для любой пары смежных столбов аналогично (1.6)

$$\alpha_{2\,i} = s_{i,\ i+1} \sum_{f=1}^{i} N_f'. \tag{5.2}$$

Угол α_1, определяемый разностью продольных деформаций смежных вертикальных элементов (рис. III.4), теперь будет равен в соответствии с (1.9) и (1.10) и с учетом действия вертикальной нагрузки

$$\alpha_{1\,i} = \frac{1}{(EF)_i\, b_{i,\ i+1}} \int_x^{\text{н}} N_i\, dx - \frac{1}{(EF)_{i+1}\, b_{i,\ i+1}} \int_x^{\text{н}} N_{i+1}\, dx + \int_x^{\text{н}} \frac{M^{\text{в}}_{i,\ i+1}\, dx}{\overline{B}_{i,\ i+1}}. \tag{5.3}$$

Зависимость (1.7) остается в силе для каждого вертикального элемента многосвязной конструкции или несущей системы, причем угол наклона $\alpha_i = \alpha$ одинаков для всех столбов и колонн. Подставляя (5.2) и (5.3) в (1.7) и дифференцируя чтобы освободиться от интегралов, получим:

$$\alpha' = s_{i,\ i+1} \sum_{f=1}^{i} N_f'' - k_{i,\ i+1} N_i + k_{i,\ i+1} N_{i+1} - \frac{M^{\text{в}}_{i,\ i+1}}{\overline{B}_{i,\ i+1}}. \tag{5.4}$$

Вместе с тем из условия, аналогичного (1.16), но для многосвязной несущей конструкции или симметричной несущей системы имеем:

$$\alpha' = \frac{1}{B}\left(\sum_{f=1}^{m} N_f y_f - M^0\right). \tag{5.5}$$

Приравнивая правые части (5.4) и (5.5) для столба i, получим выражение для $\sum_{f=1}^{i} N_f''$ и точно так же для столба $i-1$ найдем $\sum_{f=1}^{i-1} N_f''$.

Используя эти выражения, запишем для каждого вертикального элемента

$$N_i'' = \sum_{f=1}^{i} N_f'' - \sum_{f=1}^{i-1} N_f''. \tag{5.6}$$

Таким путем после несложных преобразований получим единую систему дифференциальных уравнений (III.37)—(III.38) произвольной многосвязной конструкции (рис. I.2,*з,и*) или симметричной плоскопараллельной несущей системы (рис. III.11) и др.

6. УПРОЩЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ШИРОКИХ МНОГОСВЯЗНЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

В многосвязных широких рамах и диафрагмах с равными или близкими по величине пролетами ригелей (перемычек) и с одинаковыми жесткостями однонменных элементов (см. рис. I.2,*з*, *и*), при одинаковых характеристиках податливости связей s перерезывающие силы $Q_п$ во всех связях близки по величине, поэтому приближенно можно считать (см. рис. III.4) для всех средних колонн и столбов

$$N_i \approx N_{i+1} \approx \Sigma \overline{Q}_{п\,i} - \Sigma \overline{Q}_{п\,i+1} \approx 0. \qquad (6.1)$$

В этих конструкциях вследствие большого расстояния между крайними столбами (колоннами) невелик параметр k в формуле (I.13), поэтому углом α_1, который определяется этим параметром, можно пренебречь как малым по сравнению с α_2 и принять $\alpha \approx \alpha_2$. Тогда вместо (I.20) получим (3.11), где λ определяется по (3.12).

Решения (3.13) и (3.15) для M_i и q_i остаются справедливыми и в данном случае. Нормальная сила в крайних столбах, согласно (I.1),

$$N = \frac{1}{b}\ (M^{г} - \Sigma M_i). \qquad (6.2)$$

Перерезывающая сила в перемычках

$$\overline{Q}_п \approx \frac{h}{b}\left[Q^{г} + \frac{q}{\lambda}\left(\operatorname{sh}\lambda x + A\operatorname{ch}\lambda x - \frac{a-1}{\lambda H}\right)\right]; \qquad (6.3)$$

поперечная сила в i-том столбе диафрагмы

$$Q_i \approx \frac{1}{m}\left[Q^{г} - \frac{q}{(m+1)\,\lambda}\left(\operatorname{sh}\lambda x + A\operatorname{ch}\lambda x - \frac{a-1}{\lambda H}\right)\right], \qquad (6.4)$$

где m — число пролетов перемычек.

Прогиб любого сечения x и верха рассматриваемой диафрагмы из (III.69) и (III.71):

$$\overline{y} = \overline{y}^0 + \frac{s}{b}\left\{\frac{q}{\lambda^2}\left[\operatorname{ch}\lambda H - \operatorname{ch}\lambda x + A\ (\operatorname{sh}\lambda H - \operatorname{sh}\lambda x) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(\lambda x)^2}{2} + \frac{a-1}{H}\left(x - H + \frac{\lambda^2 x^3}{6}\right)\right] + M^{г}\ (H)\right\}; \qquad (6.5)$$

$$f = f^0 + \frac{s}{b}\left\{\frac{q}{\lambda^2}\ (\operatorname{ch}\lambda H + A\operatorname{sh}\lambda H - a) + M^{г}\ (H)\right\} \qquad (6.6)$$

где $\overline{y}_0^0$ и f^0 находятся по (III.70) и (II.15).

При пяти и более пролетах, а следовательно, и большой ширине диафрагмы $\overline{y}^0$ и f^0 из-за большого значения B^0 (I.19) оказываются малыми сравнительно со вторыми членами в (6.5) и (6.6), а потому могут быть отброшены без существенного снижения точности результата. В таком случае при $\lambda H > 3$ можно приближенно считать (при $a=1$)

$$f = (s\,q/b)\ (H/\lambda - H^2/2 - 1/\lambda^2). \qquad (6.7)$$

Для широкой многосвязной рамы ввиду $\Sigma M_i = 0$ из (6.2) имеем для усилий N в крайних колоннах формулу (III.51). Соответственио перерезывающая сила в ригелях равнопролетной многосвязной рамы

$$\overline{Q}_{\text{п}} = N'\,h \approx Q^{\text{г}}\,h/b, \qquad (6.8)$$

и угол иаклона, согласно (1.15) при $\alpha_1 \approx 0$,

$$\alpha = s\,N' = s\,Q^{\text{г}}/b, \qquad (6.9)$$

а прогиб в сечении x определяется по (III.85) при $\overline{y^0} = 0$.

Во всех формулах даниого пункта b — растояние между крайними колониами или столбами (см. рис. 1.2,*з, и*).

Таблица соотношений между некоторыми единицами физических величин, подлежащих изъятию, и единицами СИ

Величина	Единица				Соотношение
	подлежащая изъятию		по СИ		
	наименование	обозначение	наименование	обозначение	
Сила, нагрузка, вес	килограмм-сила тонна-сила грамм-сила	кгс тс гс	ньютон	Н	1 кгс $\approx$ 9,8 Н $\approx$ 10 Н 1 тс $\approx 9{,}8 \cdot 10^3$ Н $\approx$ $\approx$ 10 кН $\approx$ 0,01 МН 1 гс $\approx 9{,}8 \cdot ^{-3}$ Н $\approx$ 10 мН
Линейная нагрузка Поверхностная нагрузка	килограмм-сила на метр килограмм-сила на квадратный метр	кгс/м кгс/м^2	ньютон на метр ньютон на квадратный метр	Н/м Н/м^2	1 кгс/м $\approx$ 10 Н/м 1 кгс/м^2 $\approx$ 10 Н/м^2
Давление	килограмм-сила на квадратный сантиметр миллиметр водного столба миллиметр ртутного столба	кгс/см^2 мм вод. ст. мм рт. ст.	паскаль	Па	1 кгс/см^2 $\approx 9{,}8 \cdot 10^4$ Па $\approx$ $\approx 10^5$ Па $=$ 0,1 МПа 1 мм вод. ст. $\approx$ 9,8 Па $\approx$ $\approx$ 10 Па 1 мм рт. ст. $\approx$ 133,3 Па
Механическое напряжение Модуль продольной упругости, модуль сдвига, модуль объемного сжатия	килограмм-сила на квадратный миллиметр килограмм-сила на квадратный сантиметр	кгс/мм^2 кгс/см^2	паскаль	Па	1 кгс/мм^2 $\approx 9{,}8 \cdot 10^6$ Па $\approx$ $\approx 10^7$ Па $=$ 10 МПа 1 кгс/см^2 $\approx 9{,}8 \cdot 10^4$ Па $\approx$ $\approx 10^5$ Па $=$ 0,1 МПа
Момент силы, момент пары сил	килограмм-сила-метр	кгс·м	ньютон-метр	Н·м	1 кгс·м $\approx$ 9,8 Н·м $\approx$ $\approx$ 10 Н·м

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Антонов К. К., Артемьев В. П., Байков В. Н.* и др. Проектнрование железобетонных конструкций. М., Стройиздат, 1966.

2. *Аншин Л. З.* Исследование работы вертикальных днафрагм жесткостн с учетом жесткости перемычек. — В сб.: Работа конструкций жилых зданий из крупиоразмериых элементов. М., Стройиздат, 1971.

3. *Барков Ю. В., Гельфанд Л. И.* Исследоваиие прочности и деформатнвности многоэтажных панельных здаиий на крупномасштабиой модели. — «Строительная механика н расчет сооружеиий», 1969, № 4.

4. *Безухов Н. И., Лужин О. В.* Приложеиие методов теории упругости н пластичности к решенню ннженерных задач. М., «Высшая школа», 1974.

5. *Березовский Л. Ф., Кедич И. П.* и др. Железобетоиные балкн стеики в крупнопанельных зданиях со встроеиными помещениями. — «Бетои и железобетои», 1975, № 12.

6. *Бидный Г. Р., Чупак И. М.* Учет влияния поперечиой силы иа прогиб железобетонных балок. — В сб.: Исследоваиие бетоиа и железобетоиных конструкцнй экспериментально-статнстическнмн методами. Кишинев, «Штиннца», 1972.

7. *Блинникова-Вяземская М. В.* Динамические характеристики высоких здаиий. Автореферат диссертацни на соискание учеиой степеии кандндата технических иаук. М., ЦНИИСК, 1975.

8. *Васильев А. П., Быченков Ю. Д., Тябликов Ю. Е.* Прочность стыков и узлов железобетонных каркасов многоэтажных зданий при иагрузке типа сейсмнческнх. — «Бетон и железобетои», 1968, № 8.

9. *Васильков Б. С.* Примеиение метода коиечных элементов в перемещеннях к расчету оболочек, складок коробчатых и массивных систем. — В сб.: Теория и расчет сооруженнй. ЦНИИСК, вып. 13. М., 1970.

10. *Васильков Б. С.* Расчет зданий из крупнопанельных и объемных элемеитов как тонкостенных пространствениых систем. — «Строительиая механика и расчет сооружений», 1964, № 2.

11. *Володин Н. М., Васильков Б. С.* Эксперимеитальиое и теоретнческое нсследованне работы пятнэтажной сбориой диафрагмы жесткости. Труды ЦНИИСК, вып. 35. М., 1974.

12. *Володин Н. М.* Применение дискретной модели для статического расчета сборных пластинчатых снстем. Труды ЦНИИСК, вып. 25. М., 1972.

13. *Власов В. З.* Тонкостениые пространственные системы. М., Стройиздат, 1958.

14. *Власов В. З.* Тонкостеиные упругие стержнн. М.—Л., Стройиздат, 1940.

15. *Гамалей Н. И.* Косое виецеитреииое сжатие несущих стеиовых панелей. — «Жилищиое строительство», 1972, № 10.

16. *Госстрой* ЦИНИС. Конструкции сейсмостойких зданий в зарубежном строительстве. М., 1974.

17. *Гурьев Г. Г., Паньшин Л. Л.* Деформационный расчет многоэтажных

зданий связевой системы. Сб. трудов № 90 «Пространствениая работа железобетоиниых коиструкций». МИСИ имеии В. В. Куйбышева, 1971.

18. *Давыдова Э. Г., Ржаницын А. Р.* Расчет сжато-изогиутого коисольиого составиого стержня. — «Строительиая механика и расчет сооружений», 1968, № 6.

19. *Дзержкович Б. А.* К вопросу о расчете миогоэтажиых и миогопролетиых рам иа горизоитальиую иагрузку. Сб. трудов № 1 НИИ по строительству Минстроймаша. М., Машстройиздат, 1949.

20. *Дмитриев И. Н., Лепский В. И., Пригожий А. Я.* Стеиовая паиель. Авторское свидетельство № 443959. Бюллетень изобретеиий № 35, 1974.

21. *Довгалюк В. И., Рылло В. П.* и др. Коиструкция колоии под большие нагрузки. —«Бетои и железобетои». 1968. № 4.

22. *Дроздов П. Ф.* Расчет крупнопаиельных здаиий на вертнкальные н горизонтальные иагрузки — «Строительная механика и расчет сооружеиий», 1966, № 6.

23. *Дроздов П. Ф., Себекин И. М.* Проектирование крупиопаиельиых здаиий. М., 1967.

24. *Дроздов П. Ф.* Расчет многоэтажных крупнопаиельиых здаиий, опирающихся на колонны нли рамы и податливое осиоваиие. — «Бетои и железобетон», 1967, № 4.

25. *Дроздов П. Ф.* Аиалогия между кручением тонкостенных и изгибом составных стержней и систем. — «Строительная мехаиика н расчет сооруженнй», 1978, № 1.

26. *Дроздов П. Ф.* Расчет пространственных несущих систем полносборных многоэтажных здаинй. — «Стронтельиая механнка и расчет сооружений», 1968, № 1.

27. *Дроздов П. Ф.* Совместная работа ядер и диафрагм в несущей снстеме многоэтажиого здания. — «Бетои и железобетои», 1974, № 12.

28. *Дроздов П. Ф.* Расчет многоэтажиых зданий из объемиых блоков. — «Бетон и железобетои», 1969, № 12.

29. *Дроздов П. Ф.* Расчет сборных перекрытий, опирающихся иа виутренние и иаружиые стеиы. — В сб. НИИСКа Госстроя СССР. — «Стронтельные конструкции», вып. XII. Киев, 1969.

30. *Дроздов П. Ф.* Расчет несимметричиых в плаие миогоэтажиых здаинй с разнотипными проемиыми и глухими диафрагмами. — «Бетон и железобетон», 1970, № 11.

31. *Дроздов П. Ф., Лалл Б. Б.* Влияние податливости перекрытий на пространственную работу несущей системы многоэтажиого каркасио-паиельного здания. — «Строительная мехаиика и расчет сооружеиий», 1969, № 6, 1971, № 2.

32. *Дроздов П. Ф.* Некоторые вопросы расчета иесущих систем многоэтажных зданий. — «Строительство и архитектура», 1972, № 1.

33. *Дроздов П. Ф., Ле Тхи Хуан.* Перекрытия как связи сдвига между столбами диафрагм многоэтажиого бескаркасного здания. — «Бетон и железобетон», 1972, № 10.

34. *Дроздов П. Ф.* Здаиия большой этажности. Гл. III специальиого курса «Железобетонные коиструкции». Под ред. Байкова В. Н. М., Стройиздат, 1974.

35. *Дроздов П. Ф., Швехман М. Н.* Устойчивость многоэтажных каркасных зданнй. — «Исследования по теории сооружений», вып. XX. М., Стройиздат, 1974.

36. *Дроздов П. Ф., Додонов М. И.* Некоторые особеииости расчета 36-этажного здаиия иового типа. — «Строительиая механика и расчет сооружений», 1974, № 5.

37. *Дроздов П. Ф., Горшков Ю. К., Паньшин Л. Л.* Сжатые раствориые стыки. — «Жилищиое строительство», 1975, № 6.

38. *Дроздов П. Ф., Паньшин Л. Л.* Проектирование и расчет сооружений со скрытым каркасом. — «Бетон и железобетон», 1976, № 1.

39. *Дроздов П. Ф.* Деформационный расчет и устойчивость колонн каркаса при температурном расширении перекрытий. — В сб. трудов № 133 МИСИ им. В. В. Куйбышева «Железобетонные элементы и конструкции пространственно-деформируемых систем». М., 1975.

40. *Дроздова И. П.* Сопротивление перекрытий кручению из плоскости в связевом каркасе. — В сб. трудов № 133 МИСИ им. В. В. Куйбышева «Железобетонные элементы и конструкции пространственно-деформируемых систем». М., 1975.

41. *Егоров Н. А.* Исследование прочности и деформативности железобетонных колонн с жесткой арматурой из низколегированных сталей. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата техн. наук. М., НИИЖБ, 1975.

42. *Егупов В. К.* Расчет зданий на прочность, устойчивость и колебания. Киев, «Будівельник», 1965.

43. *Жемочкин Б. Н.* Расчет рандбалок и перемычек. М., Стройиздат, 1960.

44. *Инструкция* по проектированию железобетонных конструкций. М., Стройиздат, 1968.

45. *Инструкция* по проектированию панельных жилых зданий (проект). Госгражданстрой СССР, 1968, 1972, 1975.

46. *Карцивадзе Г. Н., Бюс И. Е., Кахиани Л. А.* Динамические параметры железобетонных многоэтажных каркасных зданий. — «Бетон и железобетон», 1968, № 8.

47. *Коноводченко В. И.* и др. Прочность стыковых соединений сейсмостойких крупнопанельных зданий при сдвиге. — «Бетон и железобетон», 1968, № 8.

48. *Корноухов Н. В.* Прочность и устойчивость стержневых систем. М., Стройиздат, 1949.

49. *Косицын Б. А.* Статические расчеты крупнопанельных и каркасных зданий. М., Стройиздат, 1971.

50. *Лишак В. И.* К расчету крупнопанельных зданий повышенной этажности. — «Строительная механика и расчет сооружений», 1969, № 1.

51. *Матков Н. Г., Иванов В. В.* Стыки вертикальных диафрагм жесткости. Труды НИИЖБ, вып. 10. М., 1974.

52. *Морозов Ю. Б., Усколовская Л. М.* Сдвиг и растяжение бетонных соединений стеновых панелей. — В сб. Исследования прочности и расчет конструкций многоэтажных зданий. МНИИТЭП, 1970.

53. *Морозов Н. В.* Конструкции стен крупнопанельных жилых зданий. М., Стройиздат, 1964.

54. *Павлык В. С.* Расчетная сейсмическая нагрузка. Гл. III книги «Проектирование сейсмостойких зданий», Под ред. С. В. Полякова. М., Стройиздат, 1971.

55. *Пановко Я. Г., Губанова И. И.* Устойчивость и колебания упругих систем. М., Физматгиз, 1967.

56. *Паньшин Л. Л.* Расчет многоэтажных зданий как пространственной системы с учетом нелинейной деформации связей. — В сб.: Работа конструкций жилых зданий из крупноразмерных элементов. М., Стройиздат, 1971.

57. *Паньшин Л. Л.* Продольный изгиб несущих конструкций многоэтажных зданий. — «Строительная механика и расчет сооружений», 1973, № 1.

58. *Подольский Д. М.* Пространственный расчет зданий повышенной этажности. М., Стройиздат, 1975.

59. *Поляков С. В.* К расчету многоэтажных симметричных диафрагм на кососимметричные нагрузки. — «Строительная механика и расчет сооружений», 1965, № 6.

60. *Попкова О. М.* Перспективы развития конструктивных схем высотных зданий (США). Конструкции высотных зданий за рубежом. Госстрой ЦИНИС. М., 1973.

61. *Прикшайтис М. П.* Исследование замоноличенных узлов сборных же-

лезобетонных каркасов гражданских зданий. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. М., НИИЖБ, 1969.

62. *Ржаницын А. Р.* Теория составных стержней строительных конструкций. М., Стройиздат, 1948.

63. *Ржаницын А. Р., Милейковский И. Е.* Расчет оболочки каркаса высотной части Дворца культуры и науки в Варшаве на ветровую нагрузку.— «Строительная промышленность», 1954, № 2.

64. *Ржаницын А. Р.* Представление сплошного изотропного упругого тела в виде шарнирно-стержневой системы. Сб. ЦНИПС «Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности». М., 1956.

65. *Руководство* по проектированию жилых и общественных зданий с железобетонным каркасом, возводимых в сейсмических районах. М., Стройиздат, 1970.

66. *Сигалов Э. Е.* Проектирование железобетонных конструкций, гл. IV. Под ред. П. Л. Пастернака. М., Стройиздат, 1966.

67. *Смирнов О. Г.* Расчет железобетонных конструкций каркасно-панельных зданий на устойчивость и по деформированной схеме. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. М., МИСИ им. В. В. Куйбышева, 1973.

68. *Справочник* проектировщика. Расчетно-теоретический под ред. А. А. Уманского. М., Стройиздат, 1960.

69. *Темикеев К.* Исследование деформативности сборных железобетонных перекрытий в своей плоскости как горизонтальных диафрагм многоэтажных каркасных зданий. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. М., МИСИ им. В. В. Куйбышева, 1975.

70. *Турсумуратов М. Т.* Влияние жесткости неконструктивных элементов в многоэтажных сейсмостойких каркасных зданиях по данным вибрационных испытаний. Сб. ЦНИИСК, вып. 33. М., Стройиздат, 1974.

71. *Филиппов Б. П., Матков Н. Г.* Прочность и деформативность внецентренно сжатых колонн с косвенным армированием. Труды НИИЖБ, вып. 10. М., Стройиздат, 1974.

72. *Ханджи В. В.* Распределение горизонтальных нагрузок между стенами жесткости многоэтажных каркасных зданий. — «Строительная механика и расчет сооружений», 1972, № 4.

73. *Шапиро Г., Цаплев Н., Ячменев Н.* О системе армирования панелей несущих стен многоэтажных зданий. — «Жилищное строительство», 1970, № 8.

74. *Horáček* Evžen' Räumliche Sheiben-systeme mit Öffnungsreihen bei Hochbauten. «Der Bauingenieur», 45(1970) H-12, 46(1971), H-11, 49(1974), H-3.

75. *Juhasova E.* Dynamic properties of some types of framed tall buildings, Tenth regional conference on tall buildings. Bratislava, 1973.

76. *Khan F.* The futur of highrise structure. — «Progressive Architecture», 1972, N 10.

77. *Khan F.* Evolution of structural systems for highrise buildings insteel and concrete. Regional conference tall buildings. Bratislava, 1973.

78. *Laredo M.* Theorie generale des noyaux de contreventement des gran tours Annalesde l'nstitut Technique du Batiment et des Travaux Public (n° 303 mars 1973, serie JA N 10).

79. *Lewicki B.* Budynki mieszkalne z prefabrykatow wielkowy miarowych. Warszawa, 1964.

80. *Naumann W. und Walter H.* Beruchtur statischen Berechnung waagrecht belasteter Querwände bei Hochbauten. Bauingenieur, 36 (1961), h. 8.

81. *Rosman R.* Die statishe Berechnung von Hochhauswänden mit Öffnungsreihen. «Bauingenieur—Praxis», Heft 65. Berlin—München, 1965.

82. *Rojik V.* a. kol. Panelove objecty. Praha, 1974.

83. *Rucheweyh R.* Empirical Values of Natural Freguencies of Tall Buildings. Tenth regional conference or Tall Buildings, Bratislava, 1973.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Приложения

Павел Филаретович Дроздов

КОНСТРУИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ НЕСУЩИХ СИСТЕМ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ

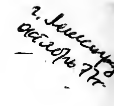
Редакция литературы по строительным материалам и конструкциям
Зав. редакцией И. А. Рабинович
Редактор И. Г. Захарова
Мл. редактор Л. А. Козий
Внешнее оформление художника А. В. Крикунова
Технический редактор Г. В. Климушкина
Корректоры Г. Г. Морозовская, В. А. Быкова

ИБ № 79

Сдано в набор 7/II—1977 г. Подписано к печати 15/VI—1977 г.
Формат 60×90¹/₁₆ Бумага типографская № 3
14 печ. л. (уч.-изд. 14,54 л.)
Тираж 30.000 экз. Изд. № AI—4818 Зак. № 99
Цена в пер. № 5 65 коп. Цена в обл. 50 коп.

Стройиздат
103006, Москва, Каляевская, 23а

Подольский филиал ПО «Периодика» Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
г. Подольск, ул. Кирова, д. 25.



ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
38	форм. 111.11	$/dx = v_{iy}$	$/dx = v'_{iy}$
65	форм. IV.23	$\omega =$	$Д\ \omega =$
88	9-ая сверху	$\overline{B}_0 = B + B;$	$B^0 = B + \overline{B};$
122	11-ая сверху	ущей снстеме	сущей снстеме
178	7-ая снизу	для сечения $X = 0{,}7$ $H = 49$ м	для сечения $X = 0{,}7\,H$ 49 м
205	5-ая снизу	Из (1.54) с учетом (1.44) найдем:	Из (1.54) с учетом (1.44) найдем при действнн только вертнкальной нагрузкн
219	6-ая сверху	§ 2. Горнзонтальная нагрузка от ветра	§ 2. Конструктнвные снстемы высокнх зданий
220	3, 4-ая сверху	Системы, образованные разнотнпными днаграммамн, не нмеющнх общнх точек.	Системы, образованые разнотнпиымн диафрагмами, ие нмеющимн общих точек.
221	9-ая сверху	Учет измерения расчетиой схемы	Учет изменения расчетиой схемы

Цена 50 коп.